



CCH Naucalpan

Saber Matemático

Número 5 • Enero 2025 • Área de Matemáticas



Las matemáticas y la literatura

$$\iiint_V x^2 dx dy dz =$$

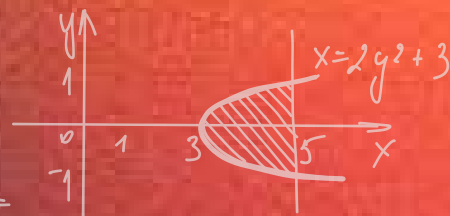
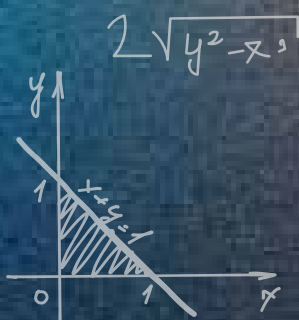
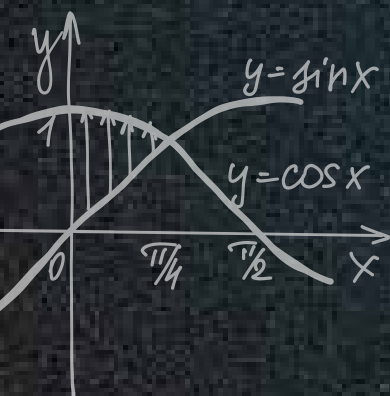
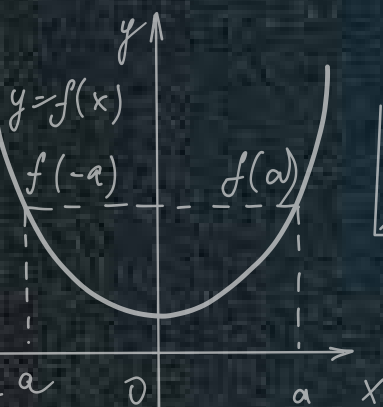
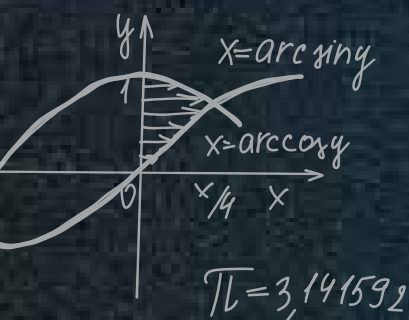
$$z = 10(x+3y), x+y=1, x=0, y=0, z=0$$

$$\int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \int_0^{10(x+3y)} x^2 dz =$$

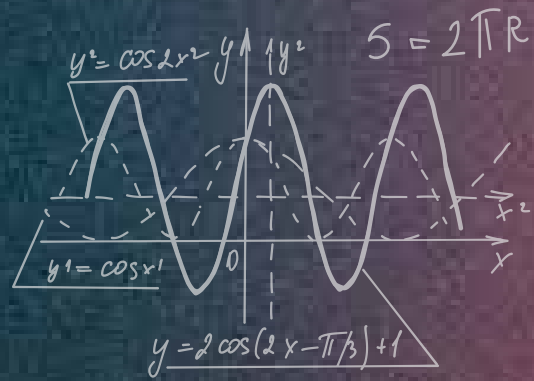
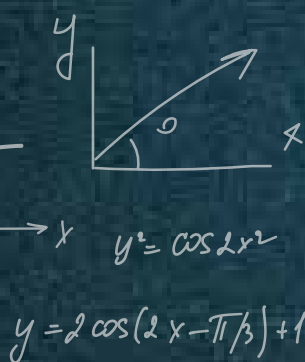
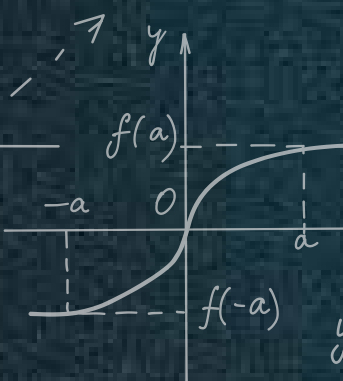
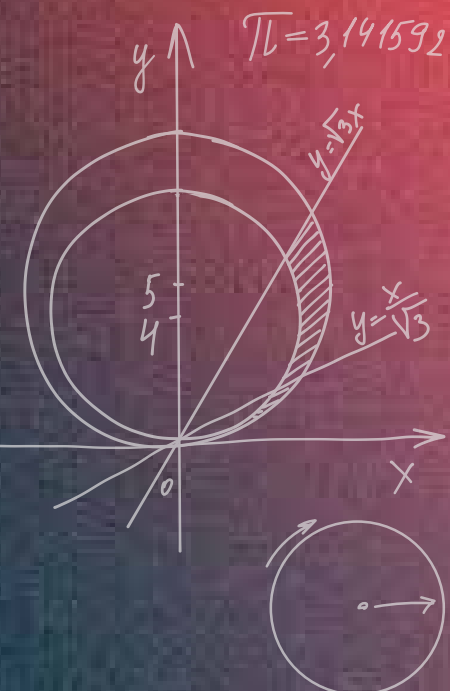
$$\int_0^1 dx \int_0^{1-x} x^2 z \Big|_0^{10(x+3y)} dy =$$

$$\int_0^{\pi/2} \arcsin y \, dy \int_0^1 f dx + \int_0^1 \arccos y \, dy \int_{1/\sqrt{2}}^1 f dx =$$

$$\int_0^{\pi/4} \cos x \, dx \int_0^1 f dy$$



$$\begin{aligned} x &= 2y^2 + 3, x=5 \\ z &= 1 + \sqrt{9x^2 + 4y^2} \\ z &= 4 + \sqrt{9x^2 + 4y^2} \\ V &= \int_{-1}^1 dy \int_{2y^2+3}^5 dx \int_{1+\sqrt{9x^2+4y^2}}^{4+\sqrt{9x^2+4y^2}} dz = \\ &= \int_{-1}^1 dy \int_{2y^2+3}^5 (4 + \sqrt{9x^2 + 4y^2} - 1 - \sqrt{9x^2 + 4y^2}) dx = \\ &= 3 \int_{-1}^1 dy \int_{2y^2+3}^5 dx = 3 \int_{-1}^1 (5 - 2y^2 - 3) dy = 6 \int_{-1}^1 (1 - y^2) dy = \\ &= 6 \left(y - \frac{1}{3} y^3 \right) \Big|_{-1}^1 = 6 \left(1 - \frac{1}{3} + 1 - \frac{1}{3} \right) = 8. \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} y^2 - 8y + x^2 &= 0 \\ y^2 - 10y + x^2 &= 0 \\ y &= \frac{x}{\sqrt{3}}, y = \sqrt{3}x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S &= \int_{\pi/6}^{\pi/3} \int_0^{10 \sin \varphi} r dr d\varphi = \\ &= \frac{1}{2} \int_{\pi/6}^{\pi/3} r^2 \Big|_0^{10 \sin \varphi} d\varphi = 18 \int_{\pi/6}^{\pi/3} \sin^2 \varphi d\varphi = 9 \int_{\pi/6}^{\pi/3} (2 - \cos 2\varphi) d\varphi = \\ &= 9 \left(\varphi - \frac{1}{2} \sin 2\varphi \right) \Big|_{\pi/6}^{\pi/3} = 9 \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} - \frac{1}{2} (\sin \frac{2\pi}{3} - \sin \frac{\pi}{3}) \right) = \frac{3\pi}{2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= r \cos \varphi \\ y &= r \sin \varphi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S &= \int_{\pi/6}^{\pi/3} \int_0^{10 \sin \varphi} r dr d\varphi = \\ &= \frac{1}{2} \int_{\pi/6}^{\pi/3} r^2 \Big|_0^{10 \sin \varphi} d\varphi = 18 \int_{\pi/6}^{\pi/3} \sin^2 \varphi d\varphi = 9 \int_{\pi/6}^{\pi/3} (2 - \cos 2\varphi) d\varphi = \\ &= 9 \left(\varphi - \frac{1}{2} \sin 2\varphi \right) \Big|_{\pi/6}^{\pi/3} = 9 \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} - \frac{1}{2} (\sin \frac{2\pi}{3} - \sin \frac{\pi}{3}) \right) = \frac{3\pi}{2}. \end{aligned}$$

Saber Matemático

Las matemáticas y la literatura



UNAM

Dr. Leonardo Lomelí Vanegas
Rector

Dra. Patricia Dolores Dávila Aranda
Secretaria General

Mtro. Tomás Humberto Rubio Pérez
Secretario Administrativo

Dra. Tamara Martínez Ruiz
Secretaria de Desarrollo Institucional

Lic. Raúl Arcenio Aguilar Tamayo
*Secretario de Prevención, Atención
y Seguridad Universitaria*

Mtro. Hugo Alejandro Concha Cantú
Abogado General

Mtro. Néstor Martínez Cristo
Director General de Comunicación Social



CCH

Dr. Benjamín Barajas Sánchez
Director General



Plantel Naucalpan

Mtro. Keshava R. Quintanar Cano
Director

Mtra. Verónica Berenice Ruiz Melgarejo
Secretaria General

Mtra. Teresa de Jesús Sánchez Serrano
Secretaria Administrativa

Lic. Damián Feltrín Rodríguez
Secretario Académico

Lic. Elizabeth Hernández López
Secretaria Docente

Biól. María del Rosario Rodríguez García
Secretaria de Servicios Estudiantiles

Mtro. Josué David Sánchez Hernández
*Secretario de Apoyo al Aprendizaje y
Cómputo*

Mireya Adriana Cruz Reséndiz
Secretaria de Atención a la Comunidad

Lic. Tania Montserrat Sánchez Pomposo
Secretaria de Arte y Cultura

Lic. Ana Rocío Alvarado Torres
Secretaria de Administración Escolar

Ing. Carmen Tenorio Chávez
Secretaria Técnica del Siladin

Mtra. Reyna I. Valencia López
Coord. de Gestión y Planeación

Mtra. María Guadalupe Peña Tapia
Jefa de la Oficina Jurídica

Mtro. Miguel Ángel Muñoz Ramírez
*Jefe del departamento de impresiones
y proyectos editoriales*



CCH Naucalpan

Saber Matemático

Director

Josué David Sánchez Hernández

Comité Editorial

Ricardo Alan Sánchez Colín

Blanca Cecilia Cruz Salcedo

Keshava R. Quintanar Cano

Brenda Carreño Olmos

Dirección de Arte

Reyna I. Valencia López

Diseño Editorial

Cristo Rey Policarpo Martínez

Ilustraciones y portada

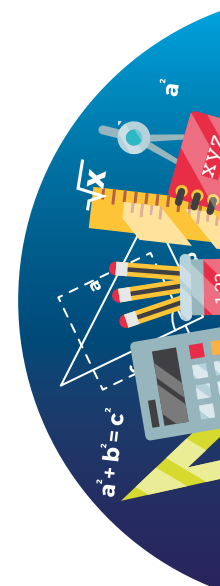
Björn Öberg

<https://bjornoberg.com/>



Contenido

Presentación.....	4
Editorial.....	7
Metáfora y ecuación como formas de la abstracción <i>José Alberto Hernández Luna</i>	9
No hay literatura sin matemáticas <i>Eduardo Daniel Hidalgo Olea</i>	17
<i>El Aleph</i> : Un infinito literario, matemático y filosófico <i>Juana Ayala Noriega</i>	23
El libro matemático de Calvino <i>Josué David Sánchez Hernández</i>	31
¿La vida sin matemáticas? <i>Polo Francisco Padilla Monroy</i>	37
Poesía y atractores <i>El matemático de CCH</i>	41
El arte de resolver problemas <i>Paola Morales Govea</i>	45
Los Números no mienten <i>Ana Lydia Valdés Moedano</i>	49
Buzón matemático: Poesía y geometría. Un π -ema <i>Erick Gerson Páez Villafuerte</i>	51



Presentación

Una de las situaciones que es frecuente ver entre las y los estudiantes, sobre todo en quienes gustan del arte y las humanidades y están próximos a elegir una carrera, es que seleccionan su ocupación con baja o nula presencia de las matemáticas, es común que quienes menos afines se sienten a los números buscan una carrera que tenga contacto mínimo con el pensamiento numérico, si es que esto es posible, claro. Por otro lado, quienes no se consideran afines a la lectura y la escritura, comúnmente se acercan a las ingenierías o a licenciaturas como Matemáticas Aplicadas Computacionales, con el objetivo de tener un contacto mínimo con el pensamiento verbal, si es que esto es posible, claro.

Estoy seguro de que en las afirmaciones anteriores estoy generalizando y no toda la comunidad estudiantil se siente identificada con estos dos prejuicios, sí, prejuicios porque el conocimiento no se concentra en dos polos. En el Colegio de Ciencias y Humanidades, precisamente, se tiene la consigna de dotar al estudiante de una cultura básica en diversas áreas del saber y, al mismo tiempo, dar cuenta de la interdisciplina que se puede conformar con los distintitos tipos de conocimiento, pues, sin duda alguna, sumar, y no dividir, es lo que nutre la mente y el alma humana, literatos como Borges o Cortázar lo sabían al crear un mundo literario repleto de juegos de pensamiento matemático.

En este sentido, me es grato presentar el número cinco de la revista *Saber Matemático*, dedicado a explorar la interesante relación que guardan la literatura y las matemáticas. Entre sus páginas podremos hallar las investigaciones de profesoras y profesores tanto del área de Matemáticas como de Talleres de Lenguaje y Comunicación que gustan de explorar la relación entre disciplinas aparentemente irreconocibles, por ejemplo, encontraremos la equiparación de las metáforas, recurso clave de la literatura, con las ecuaciones, pues ambas son catalizadores del pensamiento abstracto. De igual manera, en este número se afirma que las matemáticas son fundamentales en la literatura y que la una no existiría sin la otra.

Me siento muy contento de que en el CCH Naucalpan continúen emergiendo proyectos interdisciplinarios como este número de la revista *Saber Matemático*. Agradezco al director de este proyecto, el profesor Josué David Sánchez, por la originalidad de esta propuesta. De igual manera, agradezco la entusiasta participación del Comité Editorial y del diseño de arte.

Bienvenidas y bienvenidos al número cinco de la revista *Saber Matemático*. Enhorabuena.

Mtro. Keshava R. Quintanar Cano
Director del CCH Naucalpan



100 questions, 100 illustrations.
Björn Öberg. bjornoberg.com, 2024.





100 questions, 100 illustrations.
Björn Öberg. bjornoberg.com, 2024.

Editorial

Según un antiguo relato, el origen de las lenguas se explica por la temprana dispersión de un grupo de seres humanos que unieron sus esfuerzos para construir una torre que permitiera lanzarse a la conquista del cielo. En concordancia con este relato, el espíritu de la revista *Saber Matemático* supone la existencia de una lengua íntima que se mantuvo inalterada pese a la fatídica diáspora. Desde los orígenes de la humanidad y como recordatorio de una esencia común extraviada, la matemática no ha hecho sino repetir su lema ancestral: “me llamo mathema en todas las lenguas”.

Para ser reconocida, preservada y alimentada como lengua universal, en el Colegio de Ciencias y Humanidades la matemática debe ser leída, escrita y dicha por los estudiantes. Con este propósito, la revista de matemáticas del CCH Naucalpan lleva a los estudiantes las discusiones, ensayos, reseñas y retos que los docentes desean compartir con toda la comunidad.

Semestre a semestre, la revista se congratula con la presentación de un nuevo número. El Comité Editorial les invita a la descarga y lectura del volumen actual, esperando sea bien recibido por nuestra estimada comunidad.🌀

Mtro. Josué David Sánchez Hernández
Director de la Revista Saber Matemático





Metáfora y ecuación como formas de la abstracción



José Alberto Hernández Luna

jalberto.hernandez@cch.unam.mx

José Alberto Hernández Luna es profesor del Taller de Lectura y Análisis de Textos Literarios en el CCH Naucalpan. Ha sido ponente en el XXV Congreso de Literatura Mexicana Contemporánea en la Universidad de El Paso, Tx., y en el VI Coloquio de Poesía Contemporánea del Colegio de San Luis. En ambos encuentros abordó las relaciones entre poesía reciente y la llamada “condición posmoderna”. La editorial Escripulos publicó en 2022 su libro de poesía, Ruta de evacuación.

Me resulta sorprendente que la humanidad, desde que se vio en la necesidad de dar cuenta de cantidades, distancias, volúmenes, etc., siempre mantuvo una fuerte oposición a todo aquello que no tuviera un referente real o que no pudiera interpretarse en términos geométricos (Nieves, 2017). Es decir, si bien la matemática pasa por ser el lenguaje más abstracto (abstracción proviene del latín *abstrahere*, que significa “arrastrar lejos, separar, apartar”), no por ello ha aceptado cualquier idea.

Tanto en el campo de la matemática como en la ficción literaria se teme que la intromisión de las metáforas y de las ecuaciones imaginarias trastoquen la idea de realidad. Del mismo modo que la Escuela Pitagórica se opuso a tomar en cuenta “la diagonal de un cuadrado de lado 1, o la relación de una circunferencia con su círculo”, pues estos no tienen existencia más que en la imaginación (Cruz, 2017), así también Platón y luego Hegel, al percatarse de que la metáfora no traduce un significado preexistente, sino que lo crea, renegaron de la parte sonora y expresiva del lenguaje, cuando lo netamente importante debiera ser que se transfiera un significado (Olivares, 2021, p. 30).

En el pasado, las matemáticas no se escribieron mediante símbolos numéricos o alfanuméricos, sino con palabras y dibujos (Nieves, 2017); además, por la razón ya expuesta, por miles de años no se contemplaron las soluciones para números negativos (de hecho, al parecer la abundancia de ecuaciones¹ tuvo por fin evitarlos).

¹ Se entiende por ecuación un procedimiento mediante el cual se busca un valor para una incógnita (Stewart, 1985, p. 72). El mismo autor dice que se les puede encontrar en operaciones de los babilonios por lo menos en el año 2000 a.C. (tablilla YBC 4652). «Encontré una piedra, pero no la pesé. Después pesé 6 veces su peso, añadí 2 gin y añadí un tercio de un séptimo multiplicado por 24. Lo pesé. El resultado era 1 *ma-na*. ¿Cuál era el peso original de la piedra?» (p. 72).

Según la historia de esta disciplina, hasta el año de 1500 no pudo darse solución a una ecuación de grado tres. Scipione de Ferro (1515), en Bolonia, tuvo a bien lanzar el reto diciendo que sabía cómo lograrlo (pero mantuvo el procedimiento en secreto). En su lecho de muerte, se dice que confió la fórmula a Antonio de Fiore. En paralelo, otro matemático (Tartaglia) también se jactaba de poder solucionar este tipo de operaciones, pero nadie quería publicar el método. Será con la aparición del *Ars Magna* de Gerolamo Cardano, que se ofrece al mundo la respuesta para la famosa ecuación (para lograrlo, se tuvo que echar mano de las raíces cuadradas de números negativos, algo que, hasta esa fecha, 1545, era considerado una abominación, algo absurdo) (Nieves, 2017).

Continuando con esta problemática, en 1572 Bombelli plantea una solución para una raíz cuadrada de números negativos (podemos ver que discurre ya con respecto a los números imaginarios). El francés Viete introduce el álgebra (su notación simbólica) en el siglo XVII, y apunta que la geometría no es la fuente de la verdad (es decir, que una cantidad no pueda verse geométricamente no niega su existencia). Siguiéndolo, Descartes introduce ecuaciones que solo tienen solución en nuestra imaginación, las cuales le habrían permitido liberarse de la geometría. El alemán Euler postula por vez primera la raíz cuadrada de -1 por el año de 1750 y en 1925, Schrödinger retoma los números complejos, cosa que le ayudará a entender las realidades cuánticas².

En su momento, Leibniz, el filósofo y matemático alemán (a quien se atribuye, junto con Newton, la formulación del cálculo infinitesimal), sostuvo que las construcciones matemáticas que no tienen un asidero en la realidad bien pueden llamarse ficciones, lo cual no les quita su capacidad para favorecer el cálculo: “son de gran utilidad para pensar resumidamente y, por tanto, para la invención...”

Leibniz clasifica como ficciones un buen número de nociones matemáticas. Además de las cantidades infinitamente pequeñas, suele citar también como ficciones a los números negativos, las raíces imaginarias, los números infinitos, las líneas tanto infinitamente pequeñas o grandes, “terminadas”, así como polígonos infinitángulos y focos de cónicas e intersecciones ubicadas en un punto en el infinito. Sin embargo, a pesar de reconocer su carácter ficcional, los admite por su utilidad y eficacia en la invención y demostración matemática, como lo muestran los pasajes de la correspondencia con Varignon, Des Bosses y Johannes Bernoulli que hemos citado. (Esquisabel, 2021, p. 284)

2 Al parecer, $1 \times i = -1$ ($x-i$) = 1 nos puede dar cuenta de lo que ahora conocemos como antimateria. Esta genera una espiral, de forma que surgen tentativamente dos tipos de ondas según dónde se le mire (acaso como la famosa cinta de Moebius). De este modo, se logró describir el mundo de los átomos y se concluyó que la naturaleza trabaja con números complejos y no con los reales. Heisenberg plantea que en realidad el electrón y el protón puede que sean dos caras de una misma partícula, y fue como apareció el concepto de antimateria: para toda carga negativa existe la correspondiente que lo neutraliza, de forma que pueda volver el equilibrio (Navarro, 2012).





Insomnia, Björn Öberg.
bjornoberg.com, 2024.

Según esto, una ficción en matemáticas es una noción sin idea, sin denotación en el mundo que se juzga como real y verdadero (p. 285). Las hay de dos tipos: la ideal en tanto transgrede el principio de contradicción, postula un imposible en el mundo real (cuadrado redondo); y la fáctica, algo inexistente en la realidad actual, *como las ficciones novelescas*³(p. 286). Esta última bien pudiera existir en el futuro, pues no contradice las leyes de la realidad; por ello, podemos equipararlas con la ciencia ficción⁴.

El tema de la ficción en el lenguaje matemático ha atraído la atención de dos profes de esta área en nuestro plantel. El primero, Josué David (2024), rastrea el dilema de dirimir si los objetos que designan las matemáticas son reales o imaginarios. Es un hecho que los modelos de esta disciplina se vuelven un rostro en pequeño y en abstracto para los fenómenos del mundo en tanto son similares. Un ejemplo es la recta de un intervalo real, suele usarse para describir el paso del tiempo, lo cual se vendrá abajo cuando Einstein descubra que a mayor velocidad el tiempo es más lento. Como persona también interesada en el campo de la literatura, al docente no se le escapa que esta relación por similitud es idéntica a la que sigue una metáfora, pues ambas operan por analogía⁵. Algo más: ambos procedimientos encuentran nuevas realidades a partir de pautas conocidas. Esto último lleva al profesor a preguntarse si el lenguaje matemático aparte de modelar el mundo real también puede crearlo⁶ (Sánchez, 2024).

Siguiendo su preocupación, Sánchez Hernández reconoce dos posturas acerca de la relación entre matemáticas y realidad. Por un lado, una tendencia empirista que asume que las matemáticas deben estar fundadas en los sentidos y, por tanto, nada que no sea sensible sería posible; por otro, una escuela antirrealista, que postula que las matemáticas no precisan de lo sensible y que lo suyo es la intuición. Willard Quine propondrá que ni una cosa ni otra: la matemática se justifica por el principio de indispensabilidad, es decir, como ayuda de fiel manera a la ciencia a darnos una imagen coherente y demostrable del mundo, luego sus postulados son válidos y reales (aunque por sí mismos no lo sean). Esto suena parecido a la semejanza que observa Levy Strauss: “El punto central donde se ve que no hay una oposición radical entre mitología y ciencia, radica en el hecho de que el mito utiliza imágenes extraídas de la experiencia para resolver problemas que se identifican con dichas imágenes (el caso de la raya y el Viento del Sur), como lo hace la cibernética con la utilización de sistemas binarios” (p. 44).

3 Subrayado nuestro.

4 Moreno Serrano (2011) propone algo parecido cuando clasifica las ficciones literarias: aquéllas que hablan de mundos que contradicen las leyes lógicas aceptadas (textos fantásticos), y otras que, aunque no existentes en el presente, pueden ser posibles en un futuro por el desarrollo de las leyes existentes (ciencia ficción).

5 Acaso al lector le interese saber que la retórica designa al símil como aquella figura que acerca dos cosas sin confundirlas (como si), mientras que la metáfora las intercambia sin distinción: tus ojos son dos luceros.

6 En este artículo nos detenemos en apuntar el denominador de la ficción en ambas disciplinas, pero resultaría interesante ver si en efecto ambos lenguajes hacen más que describir el mundo.

La réplica a la postura de Quine la realizará Hartry Field, quien postula que de la aplicabilidad de las matemáticas no puede desprenderse su existencia empírica, y que más bien se trata de ficciones creadas para un fin empírico específico, incluso señala que las ciencias no requieren de las matemáticas. Por último, Stephen Yablo redireccionará la posición de Field hacia lo que se llama ficcionalismo hermenéutico: los enunciados matemáticos pueden ser verdaderos en el mismo sentido que las ficciones literarias, es decir, en tanto son ciertos para los modelos que se precisan reproducir, y no necesariamente para el mundo real (Sánchez, 2024).

¿En qué sentido podemos decir que las ecuaciones matemáticas, al igual que las ficciones literarias, responden a modelos generalmente aceptados sobre la realidad, aunque ellas mismas no sean reales? Es decir, ¿respondieron las novelas de caballería como nuestras actuales novelas gráficas de superhéroes a una visión del mundo que las justifica... aunque ellas mismas no existan? Hasta ahora no nos queda del todo claro; parece, como afirma el mismo Levy Strauss, que el mito o la metáfora no le dan al hombre un poder efectivo sobre el mundo que lo rodea (cosa que sí hace una ecuación), aunque sí le ofrecen una ilusión (p. 44).

Paul Ricoeur sostiene que “La paradoja de lo poético [para nosotros, la ficción] reside totalmente en que la elevación del sentimiento a ficción es la condición de su despliegue mimético. Sólo un humor mitificado abre y descubre el mundo” (1980, p. 330), lo cual nos autoriza a decir que, así como las ecuaciones dan cuenta de mundos reales o imaginarios, así también las metáforas o ficciones: son sólo vehículos que hacen posible el mundo, lo crean⁷. El mismo autor observa que “La poesía es una imitación de las acciones humanas; pero pasa por la creación de una trama, de una intriga, que presenta rasgos de composición y de orden que faltan en los dramas de la vida diaria”

⁷ Para Olivares (2021) la metáfora es una imagen que realmente flota ante el pensador, antes que un concepto. Nos dice que, según Derrida, la metáfora no sólo traslada al mundo hacia el hombre por la vía del lenguaje, sino que nos transporta a nosotros mismos (p. 27). Así, la metáfora en cuanto tropo reacciona del mismo modo que una derivada: a partir de un valor presupone otro. Le da un giro al significado corriente a partir de una posibilidad que tiene oculta (p. 27).



Illustration #2. Björn Öberg.
bjornoberg.com, 2024.

(p. 329), rasgos que en todo caso el poeta inventa para dar realidad a una visión del mundo que sólo tiene realidad en cuanto es aceptada por una sociedad⁸ (p. 330).

Aquí podemos citar a Nietzsche, quien se opuso a la idea de que la metáfora es un ornato que reemplaza un sentido propio en pro de un fin estético -pero no veraz-, pues para él no existe un sentido natural ni propio, sino que todo es interesado. Según su observación, la palabra es la reproducción en sonidos de un impulso nervioso. Es decir, el lenguaje no es el mundo, sino la manera como lo vemos. En ese sentido, la razón humana coacciona al mundo a partir del impulso recibido o codificado. Para él, el conocimiento de la cosa en sí no es posible, pues sólo tenemos las perspectivas que cada uno asume con respecto a ella y que verbaliza por las metáforas⁹. Así, éstas son las formas por excelencia que dispone el hombre para aprehender el mundo. Lingüísticamente, la verdad se entiende como la correspondencia entre lo dicho y lo nombrado. En ese sentido, lo postulado por Nietzsche niega que existan una exterioridad y una causalidad como pretende la ciencia moderna, pues no estamos más que ante convenciones sociales. Abunda en que toda metáfora se convierte en concepto y que éste es una representación abstracta que ya no tiene relación con la cosa que define; ofrece formas y generalizaciones bajo el precio de sacrificar lo individual y lo real (Retamoso, 2023).

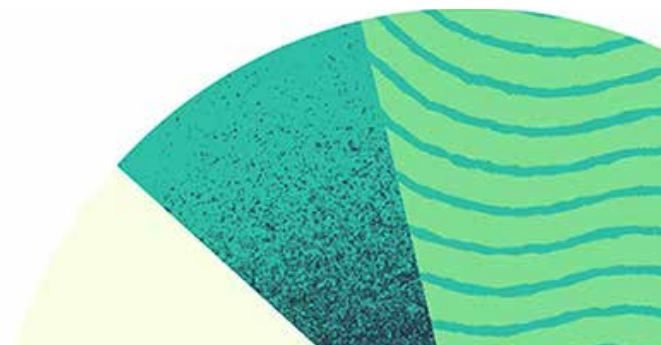
De este modo, y siguiendo a Max Black, podemos ver que el movimiento que opera en modelos matemáticos y metáforas literarias¹⁰, de forma aislada, tiene su explicación en algo más extendido, lo cual sería un arquetipo, un sistema o un mito: una metáfora aislada se explica por su pertenencia a un esquema, es decir, de la traslación de un reino a otro, mismos que se insertan en un paradigma (citado por Ricouer, 1980, p. 328). Es por el desgaste de un paradigma científico o social, o por su incapacidad para imaginar las nuevas realidades¹¹, que siempre están surgiendo nuevas ficciones y modelos de ecuaciones. No es de extrañar que, como lo señala Vargas Llosa, durante la Colonia española, las novelas se juzgaron como innecesarias; también en el siglo XX un sector de la comunidad intelectual más comprometida con causas sociales juzgó fuera de lugar los cuentos de Borges, por poner un ejemplo.

8 Notemos que, en gran medida, por esta invención de realidades es que Platón expulsa a los poetas de su *República*.

9 El parecido con las conclusiones de los físicos cuánticos es asombroso: las conclusiones de las observaciones a nivel subatómico sólo son válidas en el momento y en la persona que investiga y su generalización es sólo probable.

10 Si bien se refiere a sólo un procedimiento de la literatura, el empleo de metáforas, aquí lo relacionamos con la ficción en general en tanto es capaz de generar realidades posibles en medio de ciertos modelos o paradigmas sociales y culturales.

11 En el caso de la matemática la historia registra cómo Heisenberg prefirió utilizar desigualdades antes que ecuaciones para aprehender lo que observaba de las realidades subatómicas, también la necesidad de los números imaginarios en su ecuación y en la de Schrödinger (Navarro, pp. 55-57). Esto último justamente coincide con la irrupción del movimiento surrealista que busca nuevas metáforas para la vida que hasta entonces había sido marginada: los sueños y lo espontáneo.

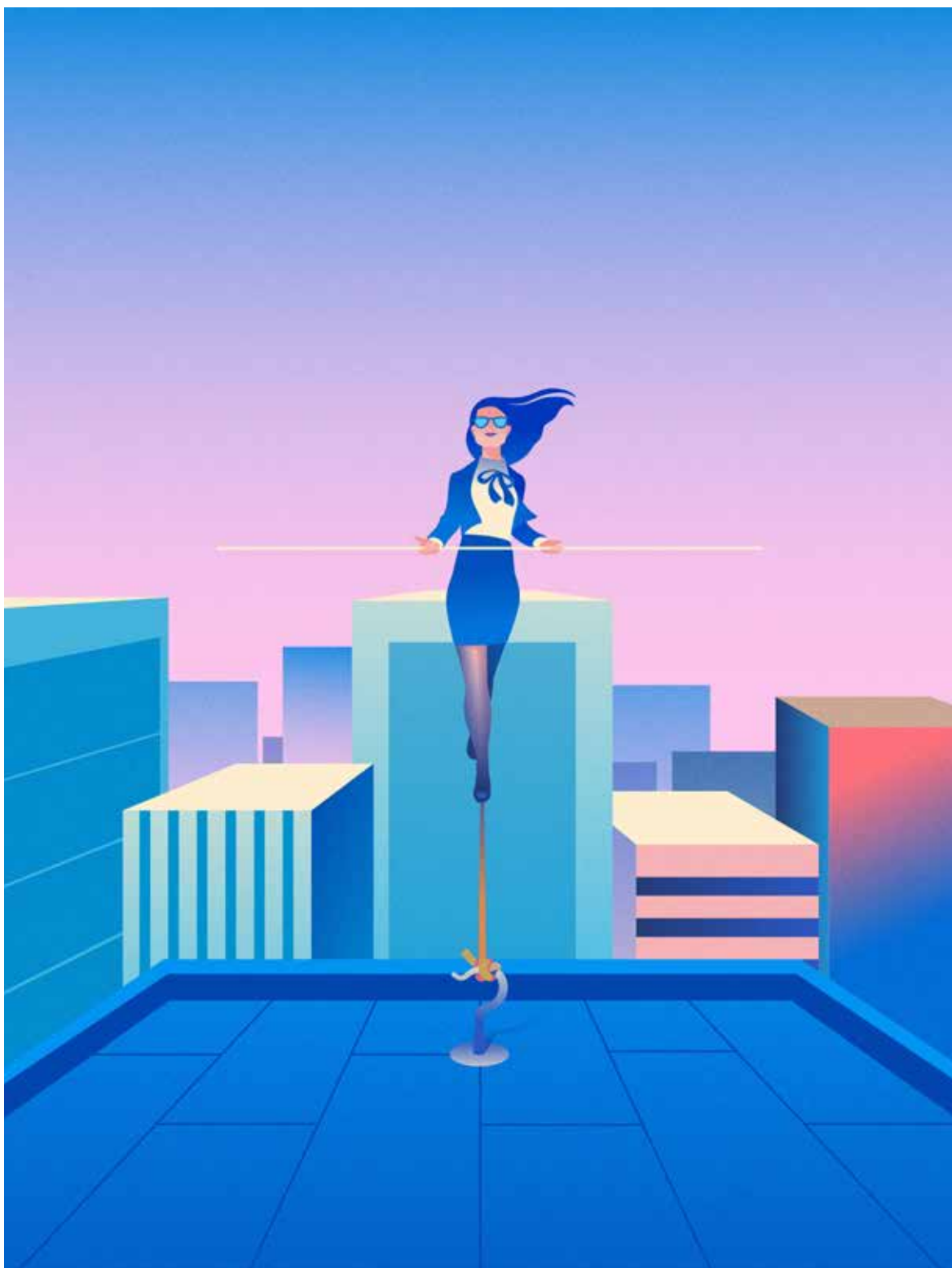




What is The Langlands program?
Björn Öberg. bjornoberg.com, 2024.

REFERENCIAS:

- Cruz, D. (2017). Abandonando el no lugar. *Pulso Académico* No. 8, 36-37. [PulsoAcademico_08.pdf \(unam.mx\)](#)
- Esquisabel, Óscar M. (2021). ¿Qué es una ficción en matemáticas? Leibniz y los infinitesimales como ficciones. *Logos. Anales del Seminario de Metafísica* 54 (2), 279-295. Vista de ¿Qué es una ficción en matemáticas? Leibniz y los infinitesimales como ficciones (ucm.es)
- Moreno Serrano, A. F. (2011). El monstruo prospectivo: el otro desde la ciencia ficción. *Revista Signa* 20 (2011), 471-496.
- Navarro Faus, J. (2012). *El principio de incertidumbre. Heisenberg. ¿Existe el mundo cuando no lo miras?* Grandes ideas de la ciencia 3.
- Nieves, D. (2017). Resolución de la ecuación cúbica y los números complejos. *Historias de Matemáticas*. Historias de Matemáticas: Resolución de la ecuación cúbica y los números complejos (historiasdematematicas.blogspot.com)
- Bombelli, R. (23 de marzo de 2024). En Wikipedia. Rafael Bombelli - Wikipedia, la enciclopedia libre
- Retamoso, R. (2023). Nietzsche y la metáfora, según Paul de Man. *Nietzsche y La Metáfora | PDF | Verdad | Metáfora* (scribd.com)
- Ricoeur, P. (1980). *La metáfora viva*. Ediciones Cristiandad.
- Sánchez, J. D. (2024). El problema filosófico de la aplicabilidad de las matemáticas. *Saber matemático* No. 4. CCH Naucalpan-UNAM, 17-22. [Saber_Matematico_4.pdf \(unam.mx\)](#)
- Stewart, I. (1985). *Historia de las matemáticas*. Editorial Crítica.



100 questions, 100 illustrations.
Björn Öberg. bjornoberg.com, 2024.



No hay literatura sin matemáticas



Eduardo Daniel Hidalgo Olea

eduardo.daniel@cch.unam.mx

Eduardo Daniel Hidalgo Olea es licenciado en Filosofía por la FES-Acatlán (UNAM). Es profesor tanto de Filosofía, como de Temas Selectos de Filosofía en el CCH-Naucalpan. Ha publicado algunos ensayos y artículos literarios y filosóficos en el semanario Pulso y en Pulso Académico.

Es difícil no admitir que en la literatura hay cierta tendencia matemática, es imposible no afirmar que en toda obra bien hecha existe numerología; en este sentido, la lectura, así como la escritura, más cercana a la perfección es la que se hace siguiendo los números. Las matemáticas han estado siempre presentes en toda expresión literaria: desde obras filosóficas, pasando por religiosas y míticas, hasta musicales. Sin embargo, esta relación no es tan evidente, y mostrarla haría que se apreciara y valorara más tanto el arte de escribir y de leer como el arte de numerar y matematizar la realidad. Para ello, hablaré desde dos visiones literarias en donde se ven reflejadas las matemáticas: por un lado, desde algunas creaciones de la literatura; por otro, desde el proceso creativo literario. Cabe decir que no pretendo ahondar, sino simplemente marcar algunos trazos para la reflexión.

Los textos más antiguos, los que se denominan “Sagrados”, están escritos bajo las matemáticas, porque, ciertamente, quien conoce todo, quien todo lo tiene medido, sabe utilizar los números como una forma de entregar y transmitir el mensaje. En un texto titulado *Los Números en las Escrituras*, Noaj ben Yosef indica lo siguiente: “Además de saber que YHWH nos habla a través de la historia, a través de la profecía, a través de palabras sencillas que todos podemos entender, también debemos saber que el creador del universo también nos habla a través de los números” (2015, p. 1). En efecto, el idioma hebreo¹, que todavía hoy en día se conserva y se mantiene, habla a través de los números, pues cada letra de su abecedario tiene un valor numérico. Por ejemplo, la palabra “Torá” tiene un valor de 8, lo que hace que se asocie con la palabra “YHWH”, que posee el mismo valor, por lo que tanto una como otra tienen el mismo peso y la misma “energía”. Sabiendo esto, es comprensible que se diga que acercándose a la Torá se tiene cercanía con Dios.

1 Aquí no es el espacio para explicar la historia y desarrollo de este idioma y por qué, en su conformación, cada letra remite a un número. Sin embargo, quien quiera explorar un poco más, puede buscar el concepto y aplicación de la gematría en los textos bíblicos.

Los poemas épicos griegos, es decir, *La Odisea* y *La Ilíada*, también poseen matemáticas, en sus versos está la prueba. El griego homérico no se conserva como originalmente fue, a diferencia de los *Escritos Sagrados*, ya que hay letras que fueron desapareciendo a lo largo del tiempo. No obstante, éstas fueron utilizadas como números, dado que servían para contar. Todavía en la actualidad se siguen utilizando letras griegas para realizar ciertas operaciones matemáticas o para simbolizar números complejos. Asimismo, los versos homéricos están compuestos con una medida muy exacta, a saber: el hexámetro. Esto tenía una razón de ser, la medida de seis simbolizaba los planetas que en ese momento se conocían, sin contar la Tierra, y que tenían un ritmo y un canto. Así, las matemáticas no solamente eran útiles para transmitir el contenido de una cierta manera cosmológica o divina, sino que también daban una armonía de sonidos, esto es, música. Los planetas, los dioses, tenían sinfonía, la cual sólo era posible comunicar con números.

Ahora bien, la mayoría de los idiomas actuales, incluido el español, han separado, hasta cierto punto, las letras de los números. Se cree que hablar con letras es no hablar un lenguaje matemático, cuando, en realidad, hacer el esfuerzo de decir algo es realizar una operación matemática, porque se debe pensar en qué palabras emitir, en qué cantidad, de qué manera, con qué fin, etc. Aunque muchos tienen olvidada esta relación divina y necesaria, la literatura moderna, especialmente la poesía, hace ver que no es posible comunicar algo sin hacer cuentas. En todo escrito hay que “echar número”: palabras, párrafos, páginas, capítulos, apartados, entre otras cosas más. Esto lo hace ver muy bien Borges, jugando explícitamente con las matemáticas, en su cuento *El libro de arena*: “La línea consta de un número infinito de puntos; el plano, de un número infinito de líneas; el volumen, de un número infinito de planos; el hipervolumen, de un número infinito de volúmenes... No, decididamente no es éste, *more geometrico*, el mejor modo de iniciar mi relato” (1998, p. 51).

Lo que escribe el autor argentino es de suma relevancia no únicamente para la lectura, sino, a su vez, para la creación literaria. Así como el lector hace uso de los números para apreciar la lectura, el autor hace lo mismo, pero con su escritura. Él cuenta las letras, las palabras, los párrafos, las páginas, y tiene en mente en qué momento, en qué posición debe estar cada uno de los términos que emplea, en qué línea debe aparecer una frase verdaderamente importante y en qué párrafo se oculta y se encuentra la incógnita a tal o cual problema. Estos ejercicios, que parecen meros malabares de entretenimiento literarios, suelen hacerlos los grandes escritores de la historia no con otra intención que difundir un contenido difícil de aprehender. El buen uso de las matemáticas en la escritura revela, por su misma naturaleza exacta, lo que no cambia, lo que trasciende la historia, lo que atraviesa el tiempo. En breve, el escrito matematizado, en el que todo está contado, intenta immortalizarse a través de la perfección numérica. Si los números, como bien lo decían los pitagóricos, tienen algo de divino, entonces también las letras numeradas poseen algo del Dios.

Respecto a lo anterior, vale agregar que el filósofo alemán Leo Strauss es uno de los grandes defensores de la lectura atenta y de la escritura esotérica, fomentó el arte de escribir y de leer entre líneas. Se dice que a sus estudiantes les hacía contar cada una de las palabras de las que se componía cada uno de los diálogos platónicos y, además, encontrar en ellos la palabra inicial, central y final. Él tenía

la costumbre de calcular las líneas y los párrafos de cada uno de los filósofos modernos; de los medievales, calculaba las palabras y sus diferentes sentidos; de los antiguos, las letras y los trazos de las que se componían. Para Strauss, es indispensable saber matemáticas para ser un buen lector y, en consecuencia, un buen escritor. Sobre esto, María Paula Londoño Sánchez explica lo siguiente:

El arte de escribir entre líneas es más que una herramienta interpretativa, se sustenta en una determinada concepción de la filosofía, la naturaleza humana y la sociedad. Para Strauss y sus predecesores, la filosofía es la búsqueda de la verdad, una verdad que es inmutable, transhistórica y atemporal. Dicha búsqueda compromete la vida total del filósofo como una forma de vida y de auto-conocimiento. Es una indagación que va más allá de lo transmisible por medio de palabras, un proceso personal ligado a un estatuto moral del aspirante a filósofo: es amor y tendencia natural al bien y a la justicia, además de prudencia y cautela. (2012, p. 62)

Y continúa del siguiente modo:

Es propicio que el posible lector de Strauss sepa de las dificultades que cualquier estudioso suyo medianamente atento deberá afrontar: contradicciones, aparente confusión en la estructura de las obras, uso constante de expresiones que dejan en la indefinición el verdadero pensamiento del autor, ausencia de citas textuales o confusión entre sus palabras y las de los autores que trabaja. No es conveniente que el lector atribuya tales problemas a un pensamiento mal elaborado por parte del autor sino más bien que indague y trabaje con suma atención, escribiendo para sintetizar y reorganizar ideas, poniendo gran cuidado a los pequeños detalles, a



100 questions, 100 illustrations.

Björn Öberg. *bjornoberg.com*, 2024.

las frases complementarias, a enunciados aparentemente irrelevantes y a simples palabras cuyo sentido puede cambiar debido al contexto inmediato en el que se insertan. (p. 63)

Así pues, el que bien escribe, además de ser un buen matemático y buscar la verdad de manera seria, aprende a ser prudente y cauto, a ser justo y bueno, a saber elaborar debidamente su pensamiento, y, en consecuencia, a no dejarse llevar por las primeras palabras ocurrentes o estomacales, ya que sabe medir, contar, enumerar y distribuir equitativamente lo que tiene que expresar a los demás: “a cada quien lo suyo”. Las matemáticas y la literatura deben estar necesariamente juntas si se aspira a tener potencial para capturar la realidad, para exigir una forma de vida digna y para representar la mejor manera de organización. Las malas obras literarias poco o nada dicen de todo esto, porque emplean las matemáticas arbitrariamente y tienen las ideas desordenadas. La verdad es que la ausencia de matemáticas en la literatura sería igual a la ausencia de mundo, mas ninguna creación literaria carece de mundo: ¿qué texto muestra superiormente la verdad? Esa pregunta queda como trabajo para los verdaderos matemáticos.

En conclusión, la literatura desde siempre ha estado asociada con las matemáticas, aunque esta relación no ha sido del todo evidente. Los escritos antiguos muestran cómo las letras tienen un valor numérico y, por consiguiente, su lectura exige saber operaciones matemáticas; los versos griegos, como los que se encuentran en *La Odisea* y *La Iliada*, están medidos divinamente, ya que los números son expresión de la perfección del Creador. Muchos autores actuales siguen contando las palabras, los versos y los párrafos para crear sus textos. Borges inicia su cuento *El libro de arena* haciendo alusión al uso matemático para comenzar un relato. El filósofo Leo Strauss considera que la buena escritura, la que es numerada y organizada, sirve para transmitir la verdad, para aprender la cautela y la prudencia, para aplicar la justicia y para seguir el camino del bien. Esto último es de sumo interés, saber matemáticas, aparte de ayudar a la literatura, contribuye a la formación personal, auxilia a habitar cerca de la virtud. El literato que matematiza su escritura está más próximo a parecerse un ángel que a un mortal. ☯

BIBLIOGRAFÍA

- Borges, J. L. (1998). *El libro de arena*. España: Alianza
- Homero. (2022). *Iliada. Odisea*. España: Plutón ediciones
- La Santa Biblia. Antiguo y nuevo testamento*. (2001). Corea: Sociedades Bíblicas Unidas
- Londoño Sánchez, María Paula. (2012). “La obra de Leo Strauss y su crítica de la Modernidad”. En *Analecta Política* (Colombia), 2, (3), 59-67
- Strauss, Leo. (2009). *La persecución y el arte de escribir*. España: Amorrortu
- Yosef, Noaj ben. (2015). “Los Números en las Escrituras”. En *Raíces Hebreas* (página web), 1-7



100 questions, 100 illustrations.
Björn Öberg. bjornoberg.com, 2024.



What is The Langlands program?
Björn Öberg. bjornoberg.com, 2024.

El Aleph: Un infinito literario, matemático y filosófico



Juana Ayala Noriega

juana.ayala@cch.unam.mx

Juana Ayala Noriega es licenciada en filosofía y maestra en Enseñanza de la Filosofía MADEMS, por la FES Acatlán. Actualmente es profesora en el plantel Azcapotzalco de la Escuela Nacional del Colegio de Ciencias y Humanidades.

Resumen:

“El Aleph” de Borges explora la infinitud y la percepción de la realidad a través de un punto que contiene todos los puntos del universo. Este concepto se relaciona con la teoría de conjuntos de Cantor, que introduce diferentes tamaños de infinito, como $\aleph_0$ (números naturales) y $\aleph_1$ (números reales). La proposición “el todo es mayor que las partes” se aplica tanto en matemáticas como en filosofía, mostrando que la totalidad siempre supera cualquier subconjunto. Filosóficamente, el olvido del infinito se refiere a cómo simplificamos nuestra percepción diaria para manejar la complejidad del universo. Borges y Cantor nos invitan a reflexionar sobre la naturaleza de la infinitud y nuestra comprensión finita de la realidad.

El Aleph de Borges y Cantor

“El Aleph” es un cuento de Jorge Luis Borges, publicado por primera vez en 1945 y luego incluido en la colección de cuentos del mismo nombre en 1949. Es una de las obras más célebres de Borges y explora temas recurrentes en su obra, como la infinitud y la percepción de la realidad.

Síntesis del cuento:

El narrador, llamado Borges, comienza relatando su tristeza por la muerte de Beatriz Viterbo, una mujer que él amaba. Años después de su muerte, Borges sigue visitando la casa de los Viterbo y mantiene una relación cordial con Carlos Argentino Daneri, el primo de Beatriz, un hombre vanidoso y mediocre poeta.

Carlos Argentino le habla a Borges de un proyecto ambicioso: un poema épico que pretende describir con minuciosidad todos los lugares del mundo. Para llevar

a cabo esta tarea, Carlos le revela que posee un Aleph en su casa, un punto en el espacio que contiene todos los otros puntos, permitiéndole ver simultáneamente todos los lugares del universo sin moverse de su sótano.

La descripción del Aleph.

El Aleph es descrito de la siguiente manera:

En la parte inferior del escalón, hacia la derecha, vi una pequeña esfera tornasolada, de casi intolerable fulgor. Al principio la creí giratoria; luego comprendí que ese movimiento era una ilusión producida por los vertiginosos espectáculos que encerraba. El diámetro del Aleph sería de unos dos o tres centímetros, pero el espacio cósmico estaba ahí, sin disminución de tamaño. Cada cosa (la luna del espejo, digamos) era infinitas cosas, porque yo claramente la veía desde todos los puntos del universo.

Vi el populoso mar, vi el alba y la tarde, vi las muchedumbres de América, vi una telaraña plateada en el centro de una negra pirámide, vi un laberinto roto (era Londres), vi interminables ojos inmediatos escrutándose en mí como en un espejo, vi todos los espejos del planeta y ninguno me reflejó... vi el Aleph desde todos los puntos y vi en el Aleph la tierra, y en la tierra otra vez el Aleph y en el Aleph la tierra, vi mi cara y mis vísceras, vi tu cara, sentí vértigo y lloré, porque mis ojos habían visto ese objeto secreto y conjetural, cuyo nombre usurpan los hombres, pero que ningún hombre ha mirado: el inconcebible universo. (Borges, 1998).

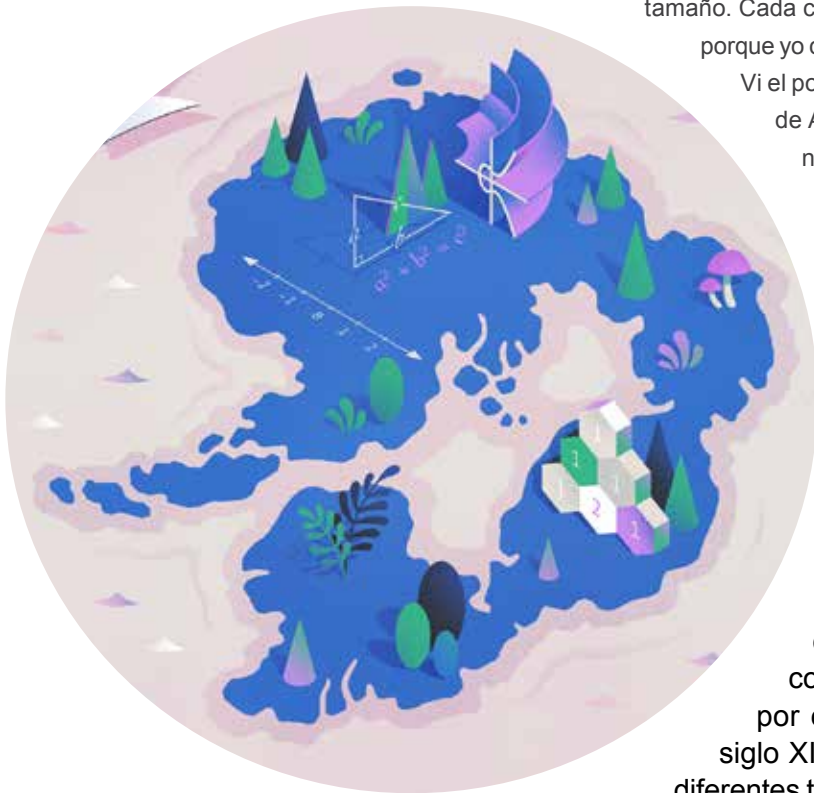
El símbolo del Aleph ($\aleph$) proviene del primer carácter del alfabeto hebreo, “ $\aleph$ ” (Aleph). En el contexto matemático y filosófico, fue introducido por el matemático alemán Georg Cantor en el siglo XIX. Cantor utilizó el Aleph para designar los diferentes tamaños de infinito en su teoría de conjuntos.

What is The Langlands program?
Björn Öberg. *bjornoberg.com*, 2024.

Georg Cantor y la Teoría de Conjuntos

Georg Cantor revolucionó las matemáticas con su teoría de conjuntos y su estudio del infinito. Antes de él, el infinito se consideraba una entidad monolítica y un concepto más filosófico que matemático. Cantor demostró que hay diferentes “tamaños” de infinito y que estos pueden ser rigurosamente estudiados y comparados. A continuación, se comentan los dos infinitos más conocidos en la práctica.

Aleph-Cero ($\aleph_0$): Cantor introdujo el símbolo $\aleph_0$ para denotar el cardinal del conjunto de los números naturales, el más pequeño de los infinitos numerables. Este concepto se refiere a la cantidad de elementos en cualquier conjunto que puede ser puesto en correspondencia uno a uno con los números naturales, es decir, cualquier conjunto infinito numerable.

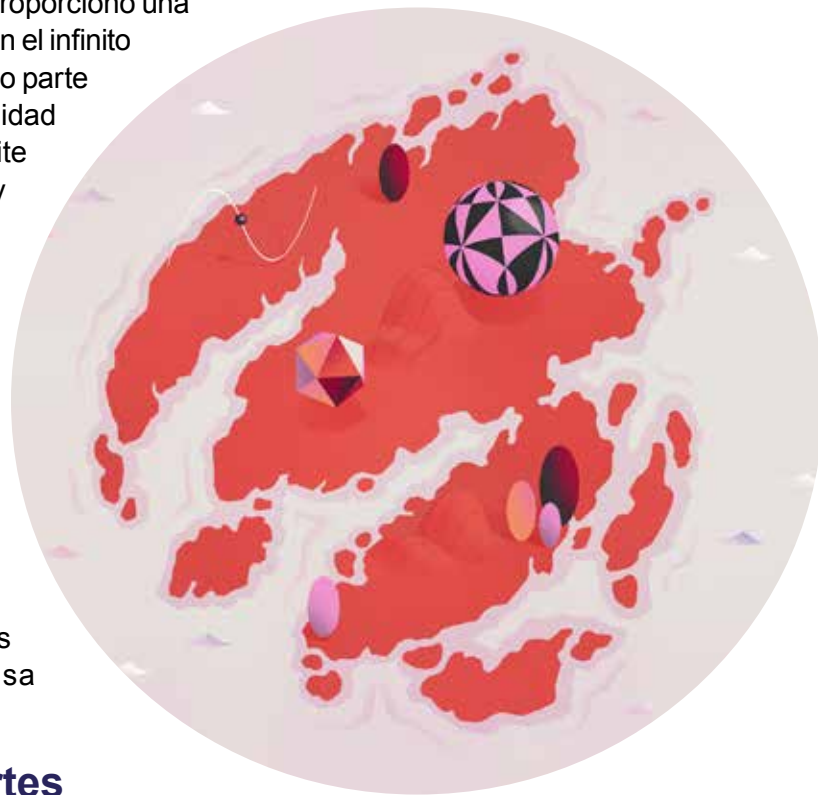


Aleph-Uno ($\aleph_1$): Este es el siguiente nivel de infinito, que corresponde al cardinal del conjunto de los números reales (o cualquier conjunto no numerable). Es un infinito mayor que $\aleph_0$, pero aún pertenece a una jerarquía de infinitos más grandes que Cantor denominó como números cardinales transfinitos.

Perspectiva matemática: Teoría de Conjuntos de Cantor

La introducción de los números transfinitos y la jerarquía de infinitos tuvo profundas implicaciones filosóficas:

1. Pluralidad de Infinitos: Antes de Cantor, se consideraba el infinito como una única entidad indivisible. La demostración de que existen infinitos de diferentes tamaños cambió radicalmente esta percepción, mostrando una estructura más compleja y rica.
2. Comprensión del Infinito: Cantor proporcionó una forma de comprender y trabajar con el infinito de manera matemática, eliminando parte del misticismo y la incomprensibilidad que lo rodeaba. Su teoría permite comparar diferentes infinitos y entender cómo se relacionan entre sí mediante el concepto de biyección.
3. Problemas y Paradojas: La teoría de Cantor también introdujo nuevos problemas y paradojas, como la hipótesis del continuo, que pregunta si hay un conjunto cuyo tamaño esté estrictamente entre el de los números naturales y el de los números reales. Estas cuestiones siguen siendo áreas de intensa investigación y debate filosófico.



El todo es mayor que las partes

La relación entre el concepto del Aleph y la proposición “El todo es mayor que las partes” puede ser explorada tanto desde la perspectiva matemática de la teoría de conjuntos de Cantor como desde una perspectiva filosófica.

En la teoría de conjuntos de Georg Cantor, la proposición “El todo es mayor que las partes” se manifiesta claramente en la comparación de infinitos:

- En un conjunto finito, es intuitivo que el todo (el conjunto completo) es mayor que sus partes (los subconjuntos).
- En conjuntos infinitos, Cantor demostró que esta intuición también se aplica pero de una manera más compleja. Por ejemplo, el conjunto de todos los números reales es mayor (tiene mayor cardinalidad) que el conjunto de todos los números naturales, aunque ambos son infinitos. Aquí, el “todo” de los números reales es

What is The Langlands program?

Björn Öberg. bjornoberg.com, 2024.

mayor que la “parte” de los números naturales. Sin embargo, también se puede mostrar que el conjunto de los números racionales (Todas las fracciones posibles) es del mismo “tamaño” que el de los naturales (Fracciones con denominador 1); en este caso, el todo es igual a la parte.

Perspectiva filosófica

La proposición “El todo es mayor que las partes” tiene implicaciones profundas cuando se considera desde una perspectiva filosófica, especialmente en relación con el concepto del Aleph en Borges:

1. Aleph y la Totalidad:

- En el cuento “El Aleph” de Borges, el Aleph es un punto que contiene la totalidad del universo. Es una representación del “todo” que, a diferencia de cualquier parte del universo, incluye todas las percepciones posibles simultáneamente.
- Filosóficamente, esto sugiere que la totalidad del conocimiento o de la percepción es mayor y más compleja que cualquier subconjunto o parte de ella. Ninguna parte del universo puede contener toda la información que el Aleph contiene.

2. La Naturaleza de la Infinitud:

- La noción de que “el todo es mayor que las partes” también se relaciona con la idea de que el infinito (el todo) es una entidad diferente y mayor que cualquier colección finita de cosas (partes).
- En este sentido, el Aleph como símbolo de la infinitud totaliza y supera cualquier conjunto finito o incluso cualquier infinito numerable como $\aleph_0$.



What is The Langlands program?
Björn Öberg. bjornoberg.com, 2024.

Lógica y paradojas

En lógica y filosofía, la proposición “El todo es mayor que las partes” es un principio conocido como la maximalidad. Sin embargo, cuando se aplica al infinito, este principio puede llevar a paradojas y desafíos conceptuales:

1. Paradoja de Russell:

- La paradoja de Russell demuestra que algunos conceptos de totalidad pueden llevar a contradicciones. Si consideramos el conjunto de todos los conjuntos que no se contienen a sí mismos, nos enfrentamos a una paradoja sobre si este conjunto se contiene a sí mismo o no.
- Esto ilustra que la relación entre el todo y las partes puede ser más compleja en contextos infinitos.

2. Infinito y Subconjuntos:

- Un conjunto infinito puede tener subconjuntos que tienen la misma cardinalidad que el conjunto original. Por ejemplo, el conjunto de los números naturales y el conjunto de los números pares tienen la misma cardinalidad ($\aleph_0$), aunque uno es una parte del otro.



La relación entre el Aleph y la proposición “El todo es mayor que las partes” revela la riqueza y complejidad del concepto de infinitud. Desde la teoría de conjuntos de Cantor, vemos cómo diferentes tamaños de infinito cumplen esta proposición de manera matemática rigurosa. Filosóficamente, el Aleph de Borges nos desafía a considerar la infinitud y la totalidad de una manera que trasciende nuestra comprensión cotidiana, sugiriendo que la totalidad de la percepción y el conocimiento es siempre mayor y más compleja que cualquier parte o subconjunto de ella. Esta intersección entre matemáticas y filosofía nos invita a reflexionar sobre la naturaleza de la realidad y la percepción del infinito.

El olvido del infinito

En “El Aleph” de Jorge Luis Borges, el narrador menciona que es imposible olvidarse de la visión del Aleph, ya que es un punto que contiene todos los puntos del universo simultáneamente. Esta experiencia única y totalizadora no puede ser olvidada porque es una visión que abarca toda la realidad en un solo instante. En la matemática y la teoría de conjuntos, el concepto de olvido del infinito no tiene un análogo directo. Sin embargo, desde una perspectiva filosófica y epistemológica, podemos explorar cómo los seres humanos a menudo “olvidan” la infinitud en su vida cotidiana.

La Paradoja de Zenón y el Olvido del Infinito

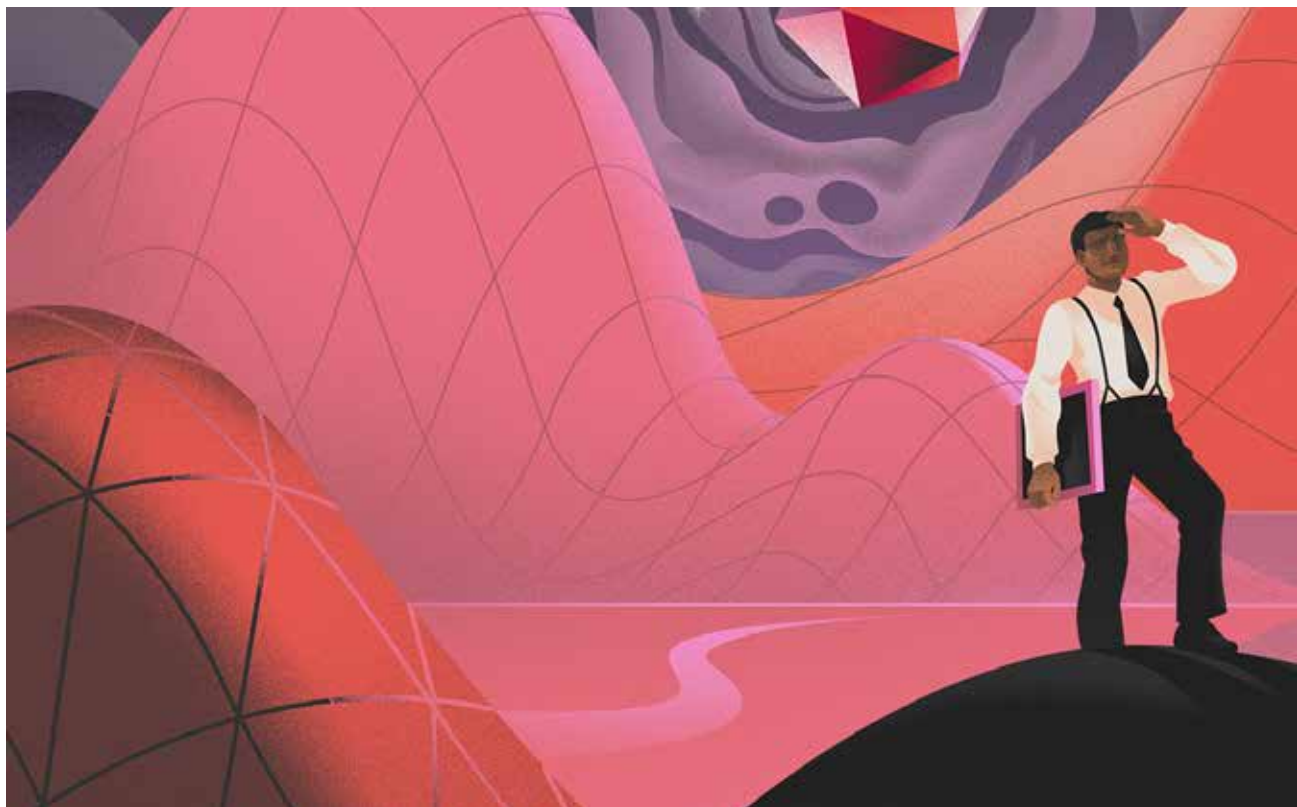
Una de las paradojas más conocidas que toca el concepto de infinito es la Paradoja de Aquiles y la Tortuga de Zenón. En esta paradoja, Zenón argumenta que Aquiles nunca puede alcanzar a la tortuga si ésta tiene una ventaja inicial, ya que siempre habrá una distancia infinita a recorrer. Esta paradoja nos obliga a confrontar la naturaleza del infinito en el movimiento y el tiempo.

En la vida cotidiana, tendemos a olvidar estas complejidades infinitas y simplificamos nuestras percepciones para manejarlas mejor. Este “olvido del infinito” nos permite operar en un mundo que, de otro modo, sería demasiado complejo y abrumador para nuestra comprensión finita.

La Falta de Conexión con el Infinito

En el ámbito de la teoría de conjuntos, la mayoría de los seres humanos no piensan regularmente en los diferentes tamaños de infinito o en la estructura compleja del conjunto de los números reales versus los números naturales. Esta falta de conexión con el infinito en nuestras vidas diarias es otra forma de “olvido”.

En matemáticas, el infinito puede ser manejado y trabajado a través de herramientas como los números transfinitos de Cantor, pero en la experiencia humana cotidiana, el infinito es un concepto abstracto que rara vez se aplica de manera práctica.

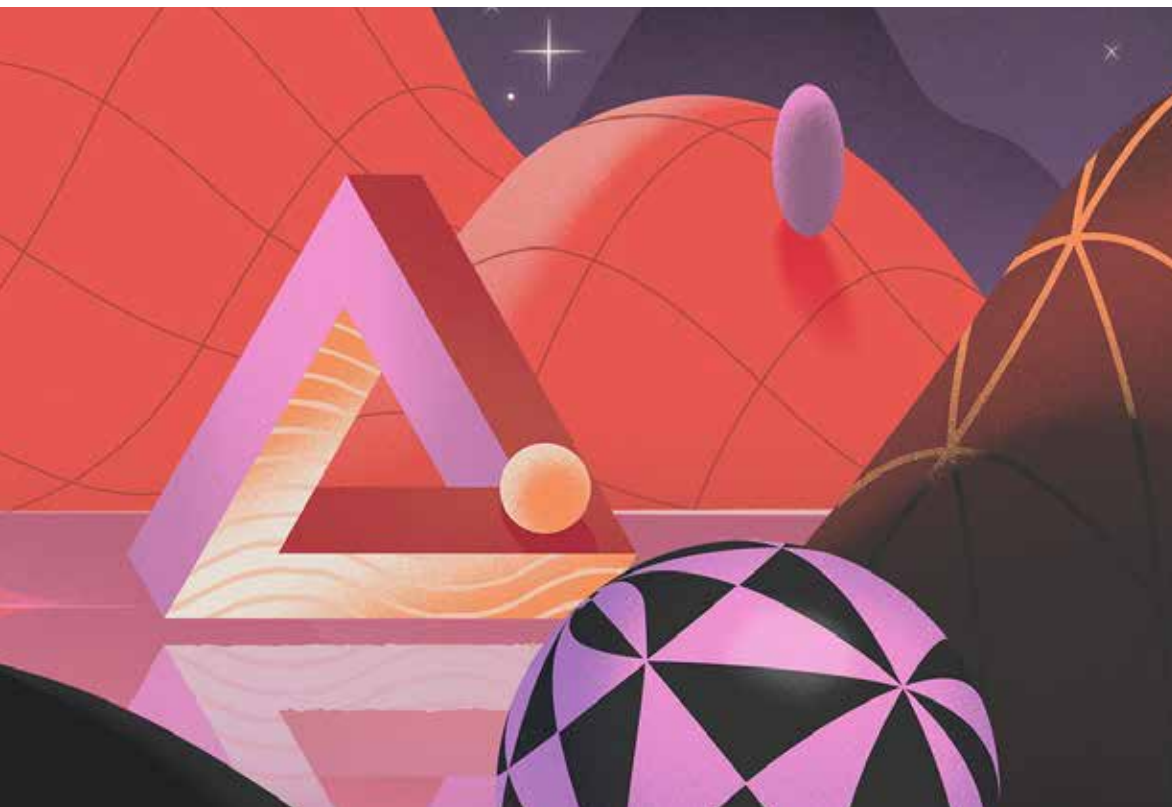


What is The Langlands program?
Björn Öberg. bjornoberg.com, 2024.

El Olvido y la Filosofía

Desde una perspectiva filosófica, el “olvido del infinito” puede ser visto como una defensa cognitiva o una adaptación necesaria para la vida diaria. Si los humanos estuvieran constantemente conscientes de la vastedad infinita del universo, o de la infinitud del tiempo y el espacio, podría ser paralizante. En cambio, nos enfocamos en lo finito y lo inmediato para funcionar y tomar decisiones prácticas.

La relación entre el olvido del infinito y la necesidad humana de simplificar y dar sentido a la realidad limitada es un tema recurrente en la filosofía. Filósofos como Immanuel Kant han argumentado que nuestra mente impone estructuras finitas y comprensibles en una realidad que puede ser en última instancia infinita e incomprensible.



Conclusión

“El Aleph” de Borges y la teoría de conjuntos de Cantor nos ofrecen perspectivas ricas y multifacéticas sobre la infinitud. Borges, a través de su narrativa, nos desafía a considerar una visión totalizadora del universo, mientras que Cantor nos proporciona las herramientas matemáticas para entender y comparar diferentes tamaños de infinito. La proposición “El todo es mayor que las partes” se manifiesta en ambas perspectivas, revelando la complejidad y riqueza del concepto de infinito. La noción del “olvido del infinito” nos invita a reflexionar sobre cómo nuestra comprensión finita de la realidad se enfrenta a la vastedad del universo y cómo simplificamos nuestra percepción para hacerla manejable.🌀

REFERENCIAS

- Rojas, González, R. (2021). *El lenguaje de las matemáticas: Historia de sus símbolos*. Fondo de Cultura Económica.
- Amster, P. (2019). *Del cero al infinito: Un recorrido por el universo matemático*. Fondo de Cultura Económica.
- Borges, J. L. (1998). *El Aleph*. Alianza Editorial.



El libro matemático de Calvino



Josué David Sánchez Hernández

josuedavid.sanchez@cch.unam.mx

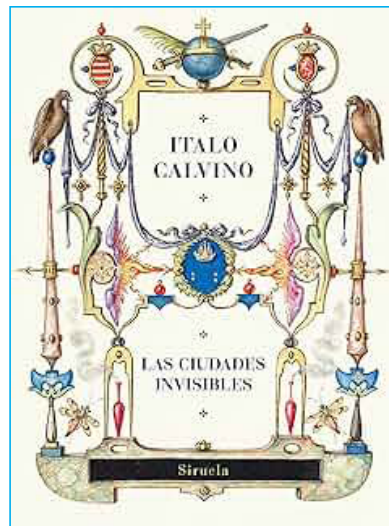
Josué David Sánchez Hernández es profesor de matemáticas y Secretario de Apoyo al Aprendizaje y Cómputo en CCH Naucalpan. Sus intereses rondan entre la filosofía, la literatura y las matemáticas. Actualmente está a cargo del proyecto de Paseos Matemáticos elaborados con MathCityMap, tanto en Ciudad Universitaria como en el Centro Histórico.

¿Cómo sería un libro cuyo principal atributo fuera el de la infinitud? Borges, en su célebre cuento, *El libro de arena*, nos entregó algunas pistas: sería uno al que no se le puede encontrar ni la página inicial ni la final. Es más, sería uno en el cual fuera imposible encontrar la misma página en la que abandonamos la lectura el día anterior; y en caso de ser alcanzado por el fuego, sus páginas infinitas producirían un incendio interminable.

Ítalo Calvino presentó una respuesta diferente a la de Borges, pues un libro igual de magnífico podría enlistar su contenido con un índice que siguiera las estelas de algún conjunto infinito. ¿A qué nos referimos?

Quién haya leído la obra *Las ciudades invisibles* se habrá maravillado por su excelso estilo y por el poder imaginativo de sus narradores, pero también habrá experimentado cierto desconcierto ante la dificultad de comprender la extraña manera en que los 55 relatos de esta obra han sido ordenados en su índice.

Para cada una de las 11 temáticas de confección de las ciudades, Calvino escribió 5 relatos. Pero en lugar de encontrar en el índice 11 bloques de 5 ciudades que comparten la misma temática de confección, Calvino nos presenta el siguiente orden: primer y segundo relato de la primera temática, primer relato de la segunda temática, tercer relato de la primera, segundo de la segunda, primero de la tercera, cuarto de la primera, tercero de la segunda, ... ¿Podría el lector encontrar el oscuro patrón de esta ordenación?



Las ciudades invisibles,
Ítalo Calvino.

Contando a los racionales

Considerando que hay dos conjuntos en esta extraña organización, representemos el lugar que ocupa cada relato en el índice con una fracción: número de **relato** / número de **temática**. Bajo esta notación, los primeros relatos quedan escritos de la siguiente manera:

$$\frac{1}{1} \rightarrow \frac{2}{1} \rightarrow \frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{1} \rightarrow \frac{2}{2} \rightarrow \frac{1}{3} \rightarrow \frac{4}{1} \rightarrow \frac{3}{2}$$

Y aquí va el salto mortal: sobre una ordenación rectangular, en el primer renglón coloquemos a todas las fracciones con denominador 1; en el segundo, todas las de denominador 2; luego las de denominador 3, ... hasta el denominador 11.

Al trazar diagonales que tomen por elementos a números consecutivos se ve que el misterio de la ordenación queda resuelto. Pero ¿qué relación guarda esta diagonalización con el infinito?

Tal parece que Ítalo Calvino, ya desde la primera página de su libro, hizo homenaje a una de las técnicas de conteo explotadas por los matemáticos del infinito (como lo fue George Cantor). La forma de diagonalización exhibida en la imagen anterior es el trazo de cómo seguirle el paso y cómo domar a un conjunto con apariencia salvajemente infinito: el de todas las fracciones imaginables. Con este acomodo se puede mostrar que el conjunto de todas las fracciones tiene tantos elementos como el conjunto infinito más pequeño: el de los naturales. Esto es, que las etiquetas de los naturales alcanzan para enlistar a un conjunto que se insinúa más vasto: el de todos los números decimales con expansión decimal finita o periódica. Un resultado bastante contraintuitivo considerando que, tan solo, los naturales están contenidos en el primer renglón de la configuración de todas las fracciones. En su índice, Calvino ha insinuado al lector un libro de contenido infinito en el cual una de las partes puede ser del mismo tamaño que la totalidad.

$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{1}$	$\frac{3}{1}$	$\frac{4}{1}$	$\frac{5}{1}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{4}{2}$	$\frac{5}{2}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{3}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{5}{4}$
$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{5}$
$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{5}{6}$
.	.	.	.	.

Once temáticas de las Ciudades invisibles

1. Las ciudades y la memoria.
2. Las ciudades y el deseo.
3. Las ciudades y los signos.
4. Las ciudades sutiles.
5. Las ciudades y los trueques.
6. Las ciudades y los ojos.
7. Las ciudades y el nombre.
8. Las ciudades y los muertos.
9. Las ciudades y el cielo.
10. Las ciudades continuas.
11. Las ciudades escondidas.

Dos arquitectos matemáticos

La inclusión de este guiño matemático en el índice de *Las ciudades invisibles* no es el único

que podemos encontrar a lo largo de la obra. De hecho, este libro poliédrico está plagado de referencias matemáticas a más no poder. Comencemos por la más vasta.

Como es sabido, los personajes de este compendio de relatos son dos arquitectos matemáticos: Kublai Kan y el gran viajero Marco Polo. El Gran Monarca, alejado de los prodigios de su imperio, le ha pedido a uno de sus súbditos predilectos que cada tarde le visite y refiera los detalles de aquellas ciudades y costumbres que ha comenzado a olvidar.

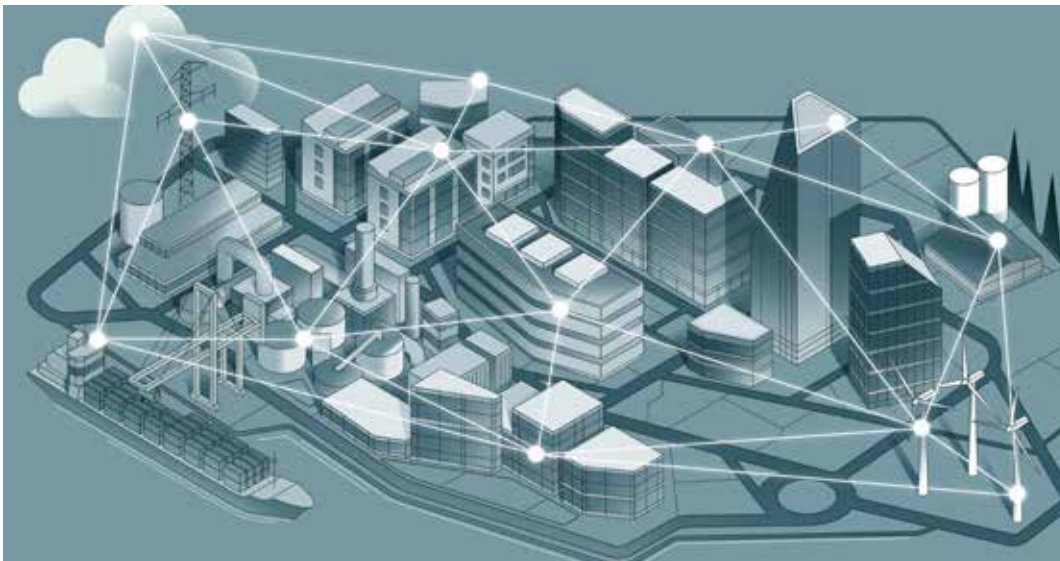
Es curioso, pero en un principio estas tertulias parecen caminar por una vía que podríamos llamar naturalista. Esto quiere decir que Marco Polo comienza por describir al Gran Kan exclusivamente aquellas ciudades cuya existencia se infiere por el hecho de haber sido pisadas en algún momento por el ilustre embajador. Pero pronto, contagiado por la fiebre del viajero alienado, Kublai Kan revirá este primer método narrativo hasta empatarlo con uno más cercano al quehacer de las matemáticas, toda vez que le exigirá a Marco Polo que en lo sucesivo sus tertulias se desarrollen bajo este otro esquema:

De ahora en adelante seré yo quien describa las ciudades y tú verificarás si existen y si son como yo las he pensado

Optando por la vía hipotético-deductivista, el peligroso diálogo entre los dos personajes correrá por los mismos laberintos que tiempo atrás pintara Frege al tratar de responder a las interrogantes relacionadas con el tipo de naturaleza a la que respondían los objetos en matemáticas. Así como algunos objetos abstractos requieren únicamente de un concepto que los realice para caer en el mundo de existencia, a las ciudades de Marco Polo les bastará el hecho de ser imaginadas para formar parte del maravilloso Atlas del Kan. Y será, encauzados por esta desaforada noción de índole conjuntista, por esta ontología realizada en el campo del lenguaje, que el Gran Kan y Marco Polo imaginarán, cada uno por vías contrarias, la existencia de dos ciudades axiomáticas, de dos ciudades fundamentales para justificar su reino:

Ciudad 1:

Y sin embargo he construido en mi mente un modelo de ciudad del cual se puedan deducir todas las ciudades posibles. Encierra todo lo que responde a la norma. Como



Small data, big impact

Björn Öberg. bjornoberg.com, 2024.



100 questions, 100 illustrations.
Björn Öberg. *bjornoberg.com*, 2024.

las ciudades existentes se alejan en diferente grado de la norma, me basta prever las excepciones...

Ciudad 2:

También yo he pensado en un modelo de ciudad del cual deduzco todas las otras — respondió Marco—. Es una ciudad solo hecha de excepciones, exclusiones, contradicciones, incongruencias, contrasentidos. Si una ciudad así es absolutamente improbable, disminuyendo el número de los elementos anormales aumentan las posibilidades de que la ciudad verdaderamente exista.

Pero, como era de esperarse, este fervor por la naturaleza lógica de ciudades puramente ideativas y por los efectos de la operatividad simbólica a los que estas se deben, no podrían quedar exentos de un destino semejante al que condujera el intento de fundamentación de las matemáticas a principios del siglo XX: la emergencia de paradojas. De tal suerte que, después de repasar numerosas ciudades y de comprobar sus semejanzas y conexiones, los dos célebres personajes también comenzarán a cuestionar la naturaleza de aquellas ciudades que, para existir, solo necesitaron ser fabuladas.

En cierto momento de la conversación, Marco Polo supondrá que todas las ciudades relatadas han existido por el simple hecho de ser pensadas. El Gran Kan refutará esta idea sosteniendo que hay ciudades que existen sin jamás haber sido pensadas. En su lugar, propondrá esta otra posibilidad: sin *lo imaginable*, el imaginador no existiría, por lo que sería mejor concluir que son todas las ciudades junto con sus pobladores los que verdaderamente existen, más no los relatores.

Extendiendo este orden de ideas, el emperador cerrará su razonamiento a partir de un breve intercambio que claramente nos recuerda la famosa paradoja propuesta por Russell en una carta dirigida a Frege en 1902:

—Hemos demostrado que, si existiéramos, no deberíamos estar aquí.

A lo cual Marco replicará:

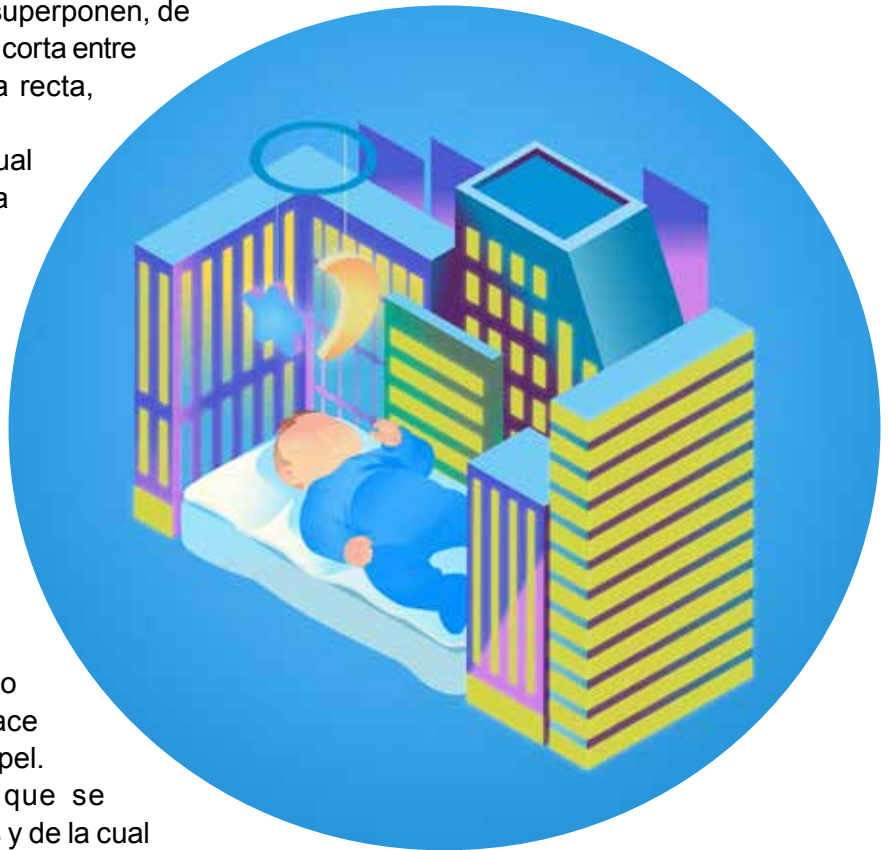
—Y sin embargo aquí estamos.

Ciudades matemáticas

Además de la riqueza aportada por las sin salidas antes descritas y por los paralelismos que hemos intentado mostrar entre la labor del matemático y la de los relatores que discurren en la obra de Calvino, es posible rescatar la influencia indiscutible de ciertos elementos geométricos, topológicos y analíticos que resultan esenciales para la confección de numerosas ciudades en este libro. De este modo, la memoria, el deseo, los nombres y los signos se funden con la lógica y el lenguaje matemático en su versión más onírica para dar origen a algunas ciudades magníficas.

Para cerrar este texto e invitar al lector a realizar su propia lectura matemática de *Las Ciudades Invisibles*, leamos el breve detalle de algunas de estas:

- Valdrada es una ciudad construida a la orilla de un lago y que se refleja de manera total sobre la superficie del agua; esto es, que la ciudad invertida no solo refleja los relieves en las fachadas de las casas, sino incluso cada punto de cuanto se encuentra en su interior, incluidos habitantes y sus pensamientos.
- Zobeida, la ciudad ovillo, ciudad nudo cuyas calles fueron trazadas siguiendo la trayectoria de una mujer que fue perseguida y nunca alcanzada en el sueño común que experimentaron sus fundadores.
- Esmeraldina, ciudad acuática a la que una retícula de canales y calles se le superponen, de modo que la distancia más corta entre dos puntos nunca es una recta, sino un zig-zag.
- Pirra, la ciudad que al igual que el infinito, nunca ha sido vista; una de las tantas ciudades a las que no se llega jamás y es imaginada solamente a partir de su nombre.
- Moriana, la ciudad esférica que podría obtenerse al identificar cada punto del hemisferio norte con uno del sur, y que en realidad no tiene espesor porque solo consta de un anverso y un reverso, lo cual la hace fina como una hoja de papel.
- Cecilia, ciudad densa que se encuentra en todas partes y de la cual sus habitantes no pueden escapar porque se mueven obedeciendo a una sucesión cerrada sobre Cecilia misma, y, por ende, esto solo los hace capaces de reconocer su ciudad, pero no lo que está afuera.
- Leandra, ciudad custodiada por dos tipos de dioses. Los unos y los otros son tan pequeños que no se ven y tan numerosos que no se pueden contar. Y pese a esto, los así llamados Lares y Penantes llenan toda Leandra de igual forma que el conjunto de los números Racionales ($\mathbb{Q}$) y el de los Irracionales (π) cubren toda la recta numérica.
- Zoe es una ciudad cuyos habitantes son incapaces de distinguir cuándo están dentro o cuándo están fuera de ella, lo cual sugiere que el mapa con el que se representa la ciudad no es nada convencional e incumple con el teorema de Jordan, que sirve para identificar las regiones interior y exterior de una curva.🌀



100 questions, 100 illustrations.

Björn Öberg. bjornoberg.com, 2024.



¿La vida sin matemáticas?



Polo Francisco Padilla Monroy

polofrancisco.padilla@cch.unam.mx

Polo Francisco Padilla Monroy es Profesor de Carrera Asociado B, tiempo completo, definitivo, con 18 años de actividad docente. Actualmente imparte las asignaturas de Matemáticas I a IV.

Históricamente en el ámbito escolar, la matemática, desde lo más simple hasta lo más complejo, ha sido una de las disciplinas que muchos consideran difícil, sin sentido o de poca utilidad; sin embargo, de forma consciente o inconsciente, todos la utilizamos en mayor o menor medida a lo largo de nuestra vida.

En algún momento cada uno de nosotros fuimos concebidos en el vientre de nuestra madre, como resultado de la unión del gameto femenino con el masculino con lo que se formó una primera célula de lo que somos, y a partir de ese momento comenzó la división celular, en donde de forma simple la célula se dividió y multiplicó en 2, 4, 8, 16, etc., células que también comenzaron a diferenciarse para configurar las estructuras que forman nuestro cuerpo.

En promedio la gestación de un ser humano tarda 9 meses, 270 días, 6480 horas, 388 800 minutos o 23 328 000 segundos, tiempo durante el cual nuestros padres nos esperan con ansia y cuentan el tiempo que lleva el embarazo o el que falta para el nacimiento; tengo 2 meses, ya sólo falta 1 mes, etc. En nuestra madre ocurren diferentes cambios, algunos muy sutiles como en el estado de ánimo, y otros más notorios como el aumento de peso; la mayoría de las mujeres aumenta entre 10 y 15 kilos durante la gestación. Algunas tendrán preeclampsia, que es una condición en la cual la presión arterial de las mujeres se eleva y sale de los límites normales, que es entre 80 – 120 mm de mercurio. Para que tengas una noción de la presión a la que están expuestas nuestras arterias, considera que toda la presión que ejerce toda la atmósfera sobre el cuerpo humano es 760 mm de mercurio.

En el momento que salimos del vientre de nuestra madre comienza lo que conocemos como nuestra vida, inicio que queda representado con una día, mes y año, además de cierta hora con determinados minutos: nació el 7 de septiembre de 2007 a las 10 horas con 20 minutos. A escasos minutos

de haber nacido, ya tenemos asociados varios números; peso de 2850 gramos, frecuencia cardíaca de 160 latidos por minuto, talla de 48 cm, etc. Incluso, aún sin conocer mucho de la vida y en contra de nuestra voluntad, se nos aplican un primer examen, conocido como puntuación de Apgar, en el cual se evalúan aspectos como el ritmo respiratorio, tono muscular, color, irritabilidad, entre otros.

Al final nos asigna un número; una calificación, entre 0 y 10. Aunque no lo sabemos, seguramente la mayoría de nosotros obtuvimos una calificación mayor a 7, de lo contrario tal vez no podríamos estar leyendo esto.

Nuestra vida continúa, día a día, mes con mes, y poco a poco utilizamos muchos números que van describiendo etapas de nuestra vida: en el primer mes podemos aumentar un 50% de peso y unos 4 cm. la talla; alrededor de los 6 meses se hace visible nuestra primera pieza dental, de las 32 que tendremos. Pese a no saber hablar, tendremos la noción de qué es contar; alrededor del primer año pronunciaremos de forma clara nuestras primeras palabras y seguramente daremos nuestros primeros pasos.

A los pocos años estaremos inmersos en una intensa actividad escolar, en donde las matemáticas estarán presentes, en su forma más simple, todos los días; levantarse a las 7 a.m. y vestirse, desayuno de media hora, entrada a las 8 am, tolerancias de 5 minutos, 3 horas de actividades académicas, 30 minutos de recreo, salida a las 2 p.m., comer media hora después, 2 horas de tarea, y luego jugar, ver TV, pasar el tiempo en familia, cenar, bañarse, dormir..., y así cada día, desde los niveles básicos de educación hasta donde uno quiera o pueda llegar.

A la par de la vida académica o después, realizamos diversas actividades en donde están presentes las matemáticas: Lo que gano en mi primer empleo es suficiente; ¿me alcanza para vivir como me agrada?, ¿para comer?, ¿vestirse?, ¿viajar?, ¿tener un auto?, ¿nuevo?, ¿un hogar?, ¿pareja?, ¿familia?... Para estas preguntas y otras más, la respuesta a un sí o un no, está asociada a un número, el cual seguramente se obtiene con sumas y multiplicaciones.

Finalmente, algún día nuestra vida terminará, así tiene que ser y así será, y hasta ese momento los números nos acompañarán con frases como: vivió hasta los 80 años, o tuvo 3 hijos y 8 nietos. Para quienes fuimos importantes, recordarán la fatídica fecha de nuestra partida, y para quienes no, en el mejor de los casos seremos simplemente uno más de tantos humanos que han existido.

Por más que lo intentemos, nuestro corto paso por esta vida, inevitablemente se hará de la mano de las matemáticas, aunque sea bajo sus formas más básicas. Siempre habrá alguna variable a la cual asignar una cantidad o cualidad, para comprender o hacer más interesante la vida, una simple vida. ☺





Trending 2, Björn Öberg
bjornoberg.com, 2024.



Poesía y atractores



El matemático de CCH

elmatematicodecch@cch.unam.mx



Tomemos al azar una palabra del siguiente fragmento recogido del soneto XLV de *Los cien sonetos de amor* de Pablo Neruda. Por ejemplo, la palabra **lejos**, que tiene 5 letras. Si avanzamos 5 palabras a partir de **lejos**, llegaremos a la palabra **día**, que tiene 3 letras. Al avanzar ahora 3 palabras llegaremos a la palabra **porque...**, al continuar con este proceso iterativo alcanzaremos finalmente la palabra **perdido**, que es la palabra final del texto. ¿Una coincidencia?

No estés **lejos** de mí un solo **día**, porque cómo,
Porque, no sé decirlo, es largo **el día**,
Y estaré esperando como en las estaciones
Cuando en alguna parte se durmieron **los** trenes.
 No **te** vayas **por** una hora **porque** entonces
 En esa hora se **juntan** las notas de desvelo
 Y **tal** vez todo **el** humo **que** anda buscando **casa**
 Venga a matar **aún** mi corazón **perdido**.

Si elegimos cualquier otra palabra para reiniciar este desarrollo, nos sorprenderá que la **órbita** o destino de esta sucesión también acabará en la palabra **perdido**. En tal caso, diremos que el poema es **total** (compruébelo usted mismo).

Iterando una función

Para formalizar la operación descrita en la sección anterior, será necesario definir una función que parta y caiga dentro del propio soneto, considerando a este último como un conjunto de N palabras. Además, deberíamos *componer* esta función consigo misma ($f \circ f \circ f \dots f$) un número finito de veces para ir avanzando a lo largo del texto. Pero, ¿qué significa componer una función consigo misma? Pues aplicar una misma operación a un valor dado y a todos los que se vayan obteniendo. Esta operación permitirá hilar cadenas de elementos tomados dentro del mismo conjunto. A dichas cadenas le llamaremos órbitas, y al proceso repetitivo lo llamaremos iteración.

Así, $f: S \rightarrow S$, donde $S = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$, representa una función que, a cada palabra etiquetada según su lugar en el poema, le asigna otra bajo el siguiente algoritmo:

$$\text{Si } x_i \in S \text{ y } \text{card}(x_i) = l_i ; f(x_i) \rightarrow x_{i+l_i}$$

Esta función plasma el algoritmo de avanzar una palabra tantos lugares como letras tenga (Cardinalidad $\text{card}(x_i)$). De modo que la órbita de una palabra es la sucesión de palabras descritas por:

$$\begin{aligned} O(x_i, f) &= \{x_i, f(x_i), f(f(x_i)), f(f(f(x_i))), \dots\} \\ &= \{x_i, f^1(x_i), f^2(x_i), f^3(x_i), \dots, f^m(x_i)\} \end{aligned}$$

Claramente esta sucesión es finita, por lo que existe un cierto número de pasos “ m ” después de los cuales la iteración ya no puede continuar porque el texto acaba. En caso de que en la órbita se cumpla que $f^m(x_i) = x_i$, diremos que es una palabra de órbita terminal de longitud m .

Para el caso de la palabra $x_3 = \text{lejos}$, vemos que es terminal y de longitud $m = 17$, pues aplicando 17 veces el algoritmo es que se llega a la palabra final (**perdido**) del soneto. Esto es:

$$f^{17}(\text{lejos}) = \text{perdido}.$$

Acá se muestra el detalle de la órbita, referido no al listado de palabras, sino a la posición de éstas dentro del conjunto:

$$\begin{aligned} O(x_i, f) &= \{x_3 \rightarrow x_8 \rightarrow x_{11} \rightarrow x_{17} \rightarrow x_{19} \rightarrow x_{20} \rightarrow x_{26} \rightarrow x_{32} \rightarrow x_{35} \rightarrow x_{37} \rightarrow x_{40} \rightarrow x_{46} \\ &\quad \rightarrow x_{52} \rightarrow x_{55} \rightarrow x_{57} \rightarrow x_{60} \rightarrow x_{64} \rightarrow x_{67}\} \end{aligned}$$

Caracterizar los poemas totales

La mayoría de los poemas no son totales, ya que muchas de sus palabras no poseen una órbita terminal. Acá tenemos un sencillo ejemplo de un fragmento del poema “Canto a mí mismo”, de Whitman, y que no es total.

Me **engendraron** padres que nacieron aquí,
de padres que engendraron otros padres **que** nacieron aquí,
de padres **hijos** de esta tierra y **de** estos **vientos** también.
Tengo treinta y siete años. **Mi** salud **es** perfecta.
Y con mi aliento **puro**
comienzo a cantar **hoy**
y no **terminaré** mi canto hasta que me muera.
Que se **callen** ahora las escuelas y los **credos**.
Atrás. A su sitio.
Sé **cuál** es mi misión y no lo **olvidaré**;
que nadie lo olvide.

Al tomar $x_2 = \text{engendraron}$, vemos que no se trata de una palabra terminal, pues $f^{18}(\text{engendraron}) = \text{olvidaré}$. Diremos que x_2 es *palabra residual* de orden 4, pues es el número de palabras que faltaron para finalizar el poema.

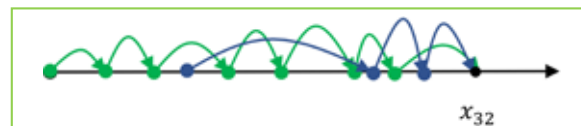
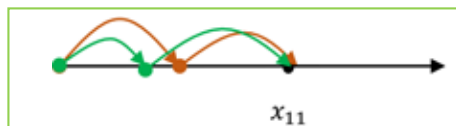
Una manera de explorar si un poema es o no total, consiste en abordar el concepto de punto *atractor primario* de un conjunto de órbitas.

Si retomamos el poema de Neruda, que es total, y además calculamos las órbitas de $x_2 = \text{estés}$ y de $x_{14} = \text{decirlo}$, obtendremos lo siguiente:

No *estés* lejos de mí un solo día, porque cómo,
 Porque, no sé decirlo, es largo el día,
 Y *estaré esperando* como en las estaciones
 Cuando en alguna parte *se* durmieron los trenes.
 No *te* vayas *por* una hora *porque* entonces
 En esa hora *se juntan* las notas de desvelo
 Y *tal* vez todo *el* humo *que* anda buscando casa
 Venga a matar *aún* mi corazón *perdido*.

Note que la órbita de $x_2 = \text{estés}$, aunque inicia por su propio camino, termina cruzando por $x_{11} = \text{Porque}$, que es el primer elemento de la órbita terminal de con que se cruza (órbita verde). Esto tendrá por consecuencia que también se convierta en un punto terminal. Diremos que $x_{11} = \text{Porque}$ es atractor primario de la órbita café. Por las mismas razones, la órbita de $x_{14} = \text{decirlo}$, se cruza con la órbita terminal verde en el punto atractor primario $x_{32} = \text{los}$, lo cual le heredará la propiedad terminal.

En conclusión, si tenemos al menos una órbita terminal, cualquier otra órbita que la cruce heredará la propiedad de ser terminal.



Pensar al revés

Se ha visto que la existencia de una órbita terminal y el hallazgo de un atractor primario garantizan la llegada de una órbita cualquiera al final de un poema, pero ¿cómo hacer para garantizar la existencia de órbitas terminales?

Para resolver este enigma, hará falta empezar por el final. Tómese nuevamente el soneto de Neruda y analice las palabras inmediatamente anteriores a la última (*perdido*). Ahora, se tachan aquellas que por su número de letras no permitan llegar al final; en cambio, se colorean en verde las que sí.

No *estés* lejos de mí un solo día, porque cómo,
 Porque, no sé decirlo, es largo el día,
 Y *estaré esperando* como en las estaciones
 Cuando en alguna parte *se* durmieron los trenes.
 No *te* vayas *por* una hora *porque* entonces
 En esa hora *se juntan* las notas de desvelo
 Y *tal* vez ~~todo~~ *el* humo *que* ~~anda~~ buscando casa
~~Venga a matar~~ *aún* *mi* corazón *perdido*.

Después de emprender dicho retroceso comienzan a formarse “islas verdes” (*el humo que, buscando casa y aún mi*) de palabras consecutivas que, o llevan al final o a palabras que conducen al final del poema. A partir de cierto momento, el número de palabras que componen a estas islas llega a ser tan grande que resulta imposible encontrar a la izquierda una palabra con un número de letras suficiente como para brincarlas. Un poema será total cuando sea posible encontrar una isla verde lo suficientemente larga (compuesta por puros atractores) como para alcanzar su palabra inicial.

El método anterior resulta muy práctico para la determinación de la totalidad o no totalidad de un poema. Claro, siempre y cuando el poeta no sea médico, pues la palabra que haría peligrar este método describe una larga enfermedad: *pneumonoultramicroscopicsilicovolcanoconiosis*.



El arte de resolver problemas



Paola Morales Govea

paolagoveam2005@gmail.com

Paola es ex CCHera del Plantel Naucalpan y excompetidora en diversos concursos de matemáticas a nivel estatal, regional y nacional. En particular, participó por varios años en la Olimpiada Mexicana de Matemáticas, y resultó ganadora a nivel nacional. Su área favorita es la Geometría Euclidiana y le gusta mucho la ciencia en general.

Enunciado:

Una sucesión $\{a_n\}$ de números reales está definida por $a_0 = 1$, $a_1 = 2015$ y para todo entero $n \geq 1$ como:
Calcule el valor de la expresión:

$$a_{n+1} = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)a_n - \left(\frac{n-2}{n^2+n}\right)a_{n-1}.$$

Solución:

$$\frac{a_1}{a_2} - \frac{a_2}{a_3} + \frac{a_3}{a_4} - \frac{a_4}{a_5} + \frac{a_5}{a_6} - \frac{a_6}{a_7} + \dots + \frac{a_{2013}}{a_{2014}} - \frac{a_{2014}}{a_{2015}}.$$

Para resolver este problema, de manera muy intuitiva podríamos pensar que debe existir alguna forma de encontrar patrones entre los términos de la sucesión, ya que esto nos facilitaría el conteo de la suma pedida.

Considerando lo anterior, para nuestro primer abordaje, utilizaremos una estrategia muy usada en problemas de álgebra de sucesiones y funciones, que se basa en evaluar “casos pequeños”, para después poder crear hipótesis y demostrar generalizaciones o relaciones entre los términos que nos interesan.

Podremos en práctica la idea y evaluaremos a $n=0,1,2,3,4$

- $a_0 = 1$
- $a_1 = 2015$
- $a_2 = \left(\frac{1-1}{1+1}\right)a_1 - \left(\frac{1-2}{1^2+1}\right)a_{1-1} = \left(\frac{0}{2}\right)a_1 - \left(\frac{-1}{2}\right)a_0 = \frac{a_0}{2} = \frac{1}{2}$
- $a_3 = \left(\frac{2-1}{2+1}\right)a_2 - \left(\frac{2-2}{2^2+2}\right)a_{2-1} = \left(\frac{1}{3}\right)a_2 - \left(\frac{0}{6}\right)a_1 = \frac{a_2}{3} = \frac{1}{6}$
- $a_4 = \left(\frac{3-1}{3+1}\right)a_3 - \left(\frac{3-2}{3^2+3}\right)a_{3-1} = \left(\frac{2}{4}\right)a_3 - \left(\frac{1}{12}\right)a_2 = \left(\frac{2}{4}\right)\frac{1}{6} - \left(\frac{1}{12}\right)\frac{1}{2} = \frac{1}{12} - \frac{1}{24} = \frac{1}{24}$
- $a_5 = \left(\frac{4-1}{4+1}\right)a_4 - \left(\frac{4-2}{4^2+4}\right)a_{4-1} = \left(\frac{3}{5}\right)a_4 - \left(\frac{2}{20}\right)a_3 = \left(\frac{3}{5}\right)\frac{1}{24} - \left(\frac{1}{10}\right)\frac{1}{6} = \frac{1}{40} - \frac{1}{60} = \frac{1}{120}$

Notamos que, tal y como habíamos sospechado, existe un patrón desde en el cada denominador se puede reescribir como un factorial:

$$\begin{aligned} \bullet \quad a_2 &= \frac{1}{2} = \frac{1}{2!} \\ \bullet \quad a_3 &= \frac{1}{6} = \frac{1}{3!} \\ \bullet \quad a_4 &= \frac{1}{24} = \frac{1}{4!} \\ \bullet \quad a_5 &= \frac{1}{120} = \frac{1}{5!} \end{aligned}$$

Lo que nos lleva a intuir que posiblemente se podrá generalizar cada término de la sucesión como $a_n = \frac{1}{n!}$.

Entonces, con el objetivo de demostrar nuestra sospecha, vamos a desarrollar nuestra fórmula usando inducción matemática (fuerte). Partiremos de la suposición de que es cierto que

$a_n = \frac{1}{n!}$ hasta cierto n y luego, usando esa hipótesis, probaremos que también es cierto para los siguientes n 's. Será una especie de efecto dominó.

En particular, supongamos que para todo $n < N$ se cumple que (H.I)

$$a_{n+1} = \left(\frac{n-1}{n+1} \right) a_n - \left(\frac{n-2}{n^2+n} \right) a_{n-1} = \frac{1}{(n+1)!}$$

Vamos a demostrar que nuestra hipótesis también es cierta para N , es decir, nos gustaría demostrar que:

$$a_{(N-1)+1} = a_N = \frac{1}{N!} = \left(\frac{(N-2)(a_{N-1})}{N} \right) - \left(\frac{(N-3)(a_{N-2})}{(N-1)^2 + (N-1)} \right)$$

Y notemos que usando H.I, si alguna de las ecuaciones que son implicación directa de la anterior es cierta, entonces, la primera también lo será.

$$\begin{aligned}
 a_{(N-1)+1} &= a_N = \frac{1}{N!} = \left(\frac{(N-2)(a_{N-1})}{N} \right) - \left(\frac{(N-3)(a_{N-2})}{(N-1)^2 + (N-1)} \right) \\
 \Leftrightarrow \frac{1}{N!} &= \left(\frac{[(N-1)^2 + (N-1)](N-2)(a_{N-1}) - N(N-3)(a_{N-2})}{N[(N-1)^2 + (N-1)]} \right) \\
 \Leftrightarrow \frac{1}{(N-1)!} &= \frac{[(N-1)^2 + (N-1)](N-2)(a_{N-1}) - N(N-3)(a_{N-2})}{(N-1)^2 + (N-1)} \\
 \Leftrightarrow \frac{1}{(N-1)!} &= \frac{[(N-1)^2 + (N-1)](N-2)(a_{N-1}) - N(N-3)(a_{N-2})}{(N-1)((N-1)+1)} \\
 \Leftrightarrow \frac{1}{(N-2)!} &= \frac{[(N-1)^2 + (N-1)](N-2)(a_{N-1}) - N(N-3)(a_{N-2})}{N} \\
 &\text{Y por H.I sabemos que } a_{N-2} = \frac{1}{(N-2)!}, \text{ luego} \\
 \Leftrightarrow a_{N-2} &= \frac{[(N-1)^2 + (N-1)](N-2)(a_{N-1}) - N(N-3)(a_{N-2})}{N} \\
 \Leftrightarrow a_{N-2} &= \frac{(N^2 - 2N + 1 + N - 1)(N-2)(a_{N-1})}{N} \\
 \Leftrightarrow a_{N-2} &= \frac{(N^2 - N)(N-2)(a_{N-1}) - N(N-3)(a_{N-1})}{N} \\
 \Leftrightarrow a_{N-2} &= \frac{N(N-1)(N-2)(a_{N-1}) - N(N-3)(a_{N-1})}{N} \\
 \Leftrightarrow a_{N-2} &= (N-1)(N-2)(a_{N-1}) - (N-3)(a_{N-1}) \\
 \Leftrightarrow a_{N-2} &= \frac{1}{(N-3)!} - (N-3)(a_{N-2}) \\
 \Leftrightarrow a_{N-2}(N-2) &= \frac{1}{(N-3)!} \\
 \Leftrightarrow a_{N-2} &= \frac{1}{(N-2)(N-3)!} = \frac{1}{(N-2)!}, \text{ lo cual es cierto por H.I}
 \end{aligned}$$

Habiendo demostrado nuestras sospechas, ahora sí podemos proceder a calcular la suma pedida.

$$\begin{aligned}
 &\frac{a_1}{a_2} - \frac{a_2}{a_3} + \frac{a_3}{a_4} - \frac{a_4}{a_5} + \frac{a_5}{a_6} - \frac{a_6}{a_7} + \dots + \frac{a_{2013}}{a_{2014}} - \frac{a_{2014}}{a_{2015}} \\
 &= \frac{2015}{\frac{1}{2}} - \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{6}} + \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{24}} - \frac{\frac{1}{24}}{\frac{1}{120}} + \frac{\frac{1}{120}}{\frac{1}{720}} - \dots \\
 &= 4030 - \frac{6}{2} + \frac{24}{6} - \frac{120}{24} + \frac{720}{120} - \dots \\
 &= 4030 - 3 + 4 - 5 + 6 - \dots
 \end{aligned}$$

Y a partir del 2do término, siguen quedando los primeros n's, pues se divide $\frac{(n+1)!}{n!} = n + 1$
 $= 4030 - 3 + 4 - 5 + 6 - \dots$

Para los siguientes renglones nos ayudaremos de la fórmula de la suma para los primeros impares, así como para los primeros pares.☺

$$\begin{aligned}
 &= 4030 + (4 + 6 + 8 + \dots + 2014) - (3 + 5 + 7 + \dots + 2015) \\
 &= 4030 + [(1007)(1008) - 2] - ((1007)^2 - 1) \\
 &= 3021
 \end{aligned}$$



Los Números no mienten



Ana Lydia Valdés Moedano

analydia.valdes@cch.unam.mx

.....

Licenciada en Ciencias de la Comunicación por la Universidad Anáhuac Norte y Maestra en Estudios México - Estados Unidos por la Facultad de Estudios Superiores (FES) Acatlán-UNAM. Cuenta con nueve diplomados sobre la enseñanza de la literatura, tecnologías móviles, periodismo político y diseño editorial. Cuenta con amplia experiencia como periodista de investigación en impresos de circulación nacional

La frase “los números no mienten” se utiliza para resaltar la percepción de objetividad y precisión de los datos cuantitativos. Sin embargo, hay varias consideraciones sobre esta idea:

Por qué se dice que los números no mienten:

- **Precisión matemática:** Los números, cuando se manejan correctamente, reflejan relaciones matemáticas objetivas y universales. Por ejemplo, $2+2$ siempre será 4.
- **Base en hechos:** Los números suelen derivarse de mediciones o conteos, lo que les da una apariencia de objetividad, si los datos son precisos.
- **Transparencia en cálculos:** Los números permiten replicar y verificar los resultados fácilmente, lo que dificulta tergiversar los datos en sí mismos.

Pero... los números pueden ser malinterpretados o mal usados:

Aunque los números en sí no “mienten”, su interpretación, contexto o presentación sí pueden distorsionar la verdad. Algunos ejemplos son:

- **Selección de datos:** Elegir qué números mostrar puede influir en la narrativa, dejando fuera información relevante.
- **Manipulación estadística:** Las estadísticas pueden ser presentadas de manera que exageren o minimicen ciertos aspectos, como usar escalas engañosas en gráficos.
- **Falta de contexto:** Un número por sí solo puede no contar toda la historia, y su significado cambia según el marco de referencia.
- **Errores humanos:** La recolección o análisis de datos puede estar sujeto a errores, sesgos o malentendidos.

En resumen, los números no mienten porque son entidades abstractas y objetivas, pero su interpretación, uso y presentación están a cargo de personas, quienes sí pueden hacerlo de forma intencional o por error...

Existe un libro titulado “*Los números no mienten: 71 historias para entender el mundo*” del autor Vaclav Smil. Este libro (muy recomendable) utiliza datos y estadísticas para ofrecer una visión profunda de diversos aspectos de la sociedad y el medio ambiente.🌀

Escribe al buzón matemático



revistasabermatematico@gmail.com

Buzón matemático: Poesía y geometría

Un π -ema



Erick Gerson Páez Villafuerte

paezerick616@gmail.com

Erik Gerson Páez Villafuerte cursa el sexto semestre en CCH Naucalpan, donde es parte del Club de Matemáticas. Recientemente ha sido galardonado en el XXXVII Concurso Local de Matemáticas.

La Grecia antigua, esa época dorada para el pensamiento y las matemáticas... tantas cosas que descubrir. Como no recordar que, a las personas dedicadas a estos trabajos, se les consideró genios, poetas y filósofos. Así fue el gran Arquímedes, pensador de tiempo completo y poeta de las matemáticas, que durante toda su vida midió círculos, esas formas tan mágicas, poseedoras de una constante aún más asombrosa.

Y pensando así, con una pasión que duró días, solo era él y su imaginación luchando contra una figura a la cual solo se le podía calcular su área a partir de polígonos angulados que cabían dentro de ella y que conseguían una aproximación lejana, comparada con la que Arquímedes deseaba conseguir.

Pensó muchas formas de calcular π , entre ellas, las más reconocidas consistió en pensar que un círculo podía llegar a ser igual que un triángulo rectángulo, o inscribir y circunscribir hexágonos en un círculo, de modo que, al aplastarlo, permitiera hallar una aproximación de la incógnita que tanto buscaba.

Además, casi 2000 años antes del descubrimiento del cálculo integral, Arquímedes utilizó uno de los principios más básicos de este, el cual es la aproximación al área de una curva por figuras geométricas más simples.

Su definición formal es **“El método geométrico de límites para calcular π ”** y se basa en la idea de inscribir polígonos regulares en un círculo y calcular sus perímetros, apotemas y áreas.

Los pasos para calcular π :

1. Dibuja un círculo de radio r (se puede ocupar el valor de 1 en r para tener una aproximación a π más certera).
2. Inscribe un polígono regular de n lados en el círculo (se pueden aumentar los lados todo lo que quieras).
3. Calcula el perímetro del polígono inscrito.
4. Se puede obtener una aproximación de π como la de Arquímedes con un polígono de 96 lados.
5. Calcula la apotema del polígono y recuerda que el radio puede ser igual a 1.
6. Calcula el área del polígono obtenido:
7. $\text{Área} = (\text{Perímetro} \times \text{Apotema}) / 2 \approx \pi$
8. El área del polígono inscrito será una aproximación muy cercana a el valor de π
9. ¡EUREKA! ¡EUREKA!

La genialidad griega en toda su gloria, ese matemático, físico, ingeniero, inventor, filósofo, entre muchas otras cosas, que con solo un punto de apoyo movió el mundo; aquel que se llamó Arquímedes y hoy recuerdo.🌀

FUENTES DE INFORMACIÓN:

Archimedes. (c. 240 a.C.). *Measurement of a circle*. En *The Works of Archimedes* (Trad. T. L. Heath, 1897).

Heath, T. L. (1921). *A history of Greek mathematics*. Clarendon Press. (Capítulo 10: “The Measurement of Circles”)

Boyer, C. B. (1968). *A history of mathematics*. Wiley. (Capítulo 12: “Archimedes and the Calculation of π ”)



Artifacts from the World of Mathematics.

Björn Öberg. bjornoberg.com, 2024.



Artifacts from the World of Mathematics.
Björn Öberg. bjornoberg.com, 2024.

A todos los docentes de la Escuela Nacional Colegio de Ciencias y Humanidades, académicos universitarios y estudiantes a participar en la siguiente:

CONVOCATORIA del:

6º número de la revista *Saber Matemático*, cuyo eje guía será:

Las matemáticas en el Cine y en las Series

Algunos subtemas de interés son:

Reseñas de películas y series con temas matemáticos • Matemáticos/as cineastas • Vida de matemáticos/as llevada a la pantalla grande • Referencias e interpretaciones de escenas o guiones cinematográficos • El cine y las series como herramienta para la enseñanza de las matemáticas • Propuestas cinematográficas para el aula.

Los participantes podrán contribuir con artículos de divulgación, ensayos, discusiones, propuestas pedagógicas para el aula, biografías, resolución de problemas o reseñas.

Los textos recibidos serán sometidos a dictaminación y deberán contar con las siguientes características:

- La extensión de los escritos es de **2 a 6 cuartillas**. Se aceptará una extensión mayor en los casos que el comité editorial lo considere pertinente.
- Los textos deben estar escritos en Word, fuente Times New Roman 12 puntos e interlineado 1.5 y referencias en **formato APA**.
- Todos los textos deben ser **inéditos y dirigidos a estudiantes y académicos del Colegio**. La dictaminación se llevará a cabo en un plazo no mayor a 30 días posteriores a la recepción.
- Los trabajos serán enviados al correo josuedavid.sanchez@cch.unam.mx, con atención al profesor David Sánchez. Se deberá incluir un **resumen** del trabajo escrito no mayor a 10 líneas y una **síntesis curricular** que no exceda las 5 líneas.
- La fecha límite de recepción de trabajos es el **30 de abril de 2025**.



Revista *Saber Matemático*, Núm. 5 es una
publicación digital editada y formada en
el Colegio de Ciencias y Humanidades
Plantel Naucalpan, enero 2025.

