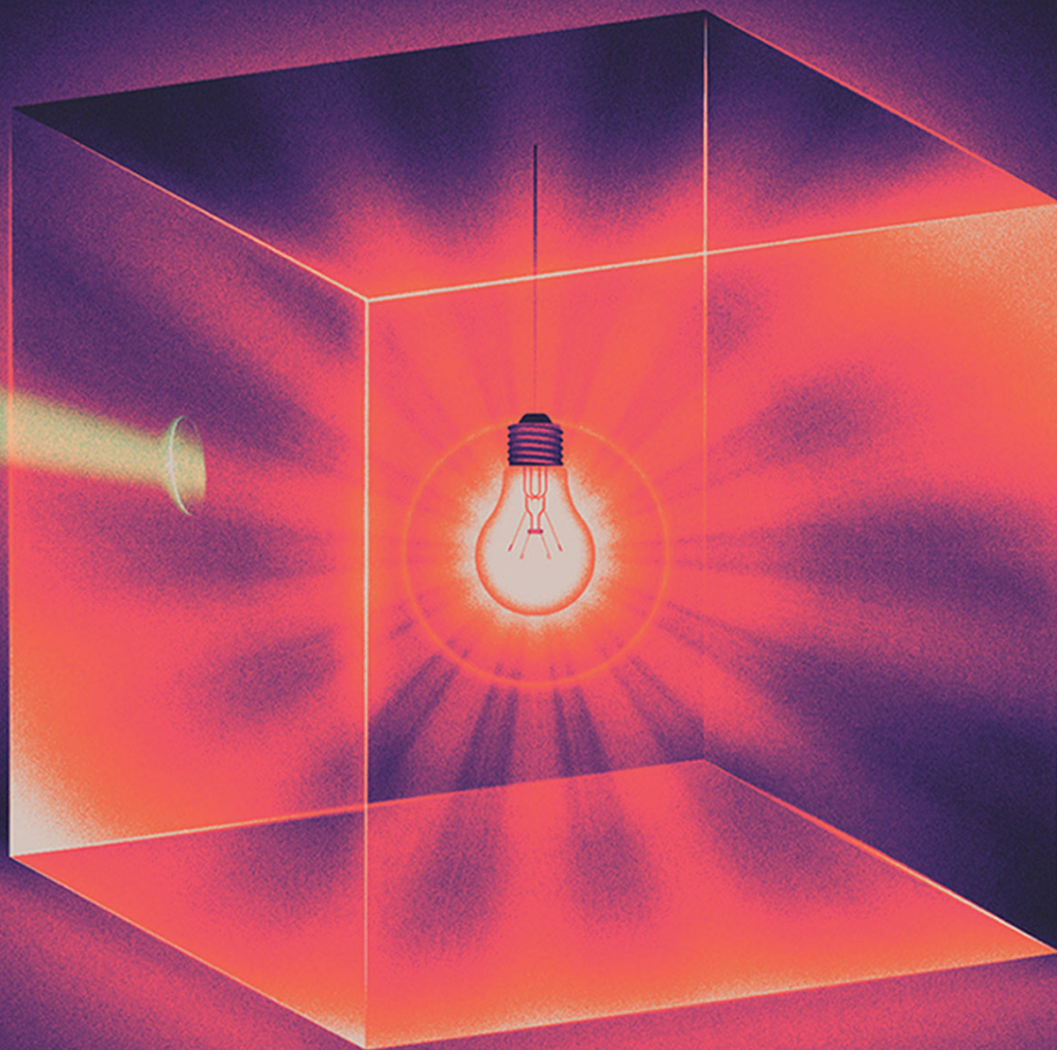




CCH Naucalpan

Saber Matemático

Número 4 • Febrero 2024 • Área de Matemáticas



Las matemáticas y la filosofía

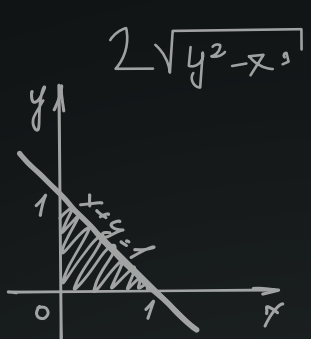
$$\iiint_V x^2 dx dy dz =$$

$$z = 10(x+3y), x+y=1$$

$$x=0, y=0, z=0$$

$$\int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \int_0^{10(x+3y)} x^2 dz =$$

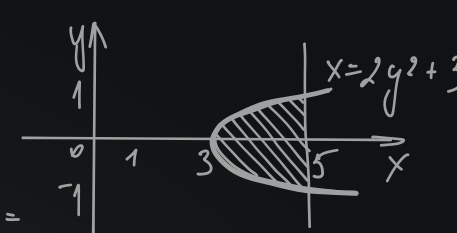
$$\int_0^1 dx \int_0^{1-x} x^2 z \Big|_0^{10(x+3y)} dy =$$



$$x = 2y^2 + 3, x = 5$$

$$z = 1 + \sqrt{9x^2 + 4y^2}$$

$$z = 4 + \sqrt{9x^2 + 4y^2}$$



$$V = \int_{-1}^1 dy \int_{2y^2+3}^5 dx \int_{1+\sqrt{9x^2+4y^2}}^{4+\sqrt{9x^2+4y^2}} dz =$$

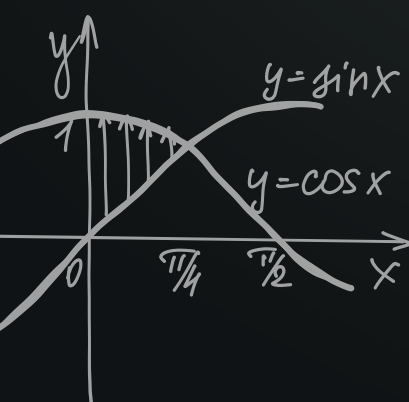
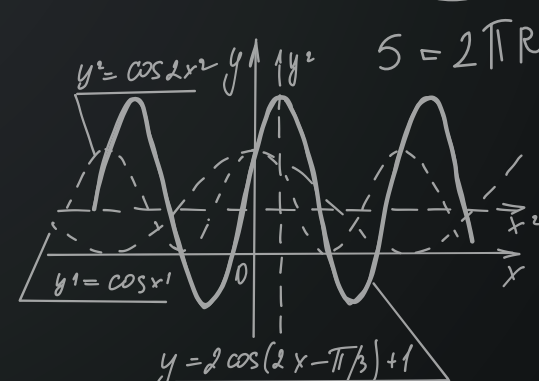
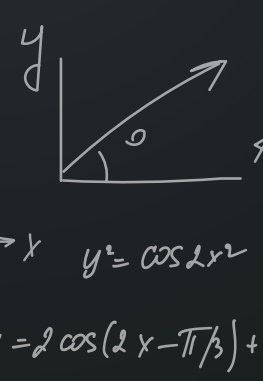
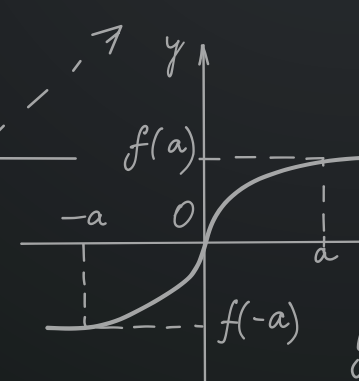
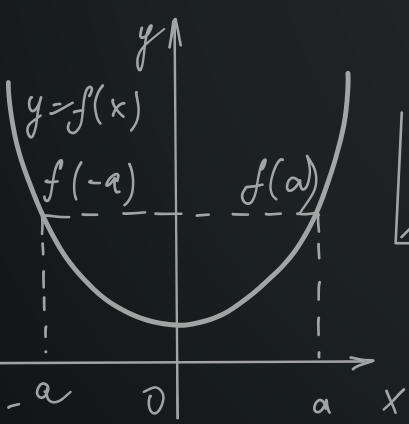
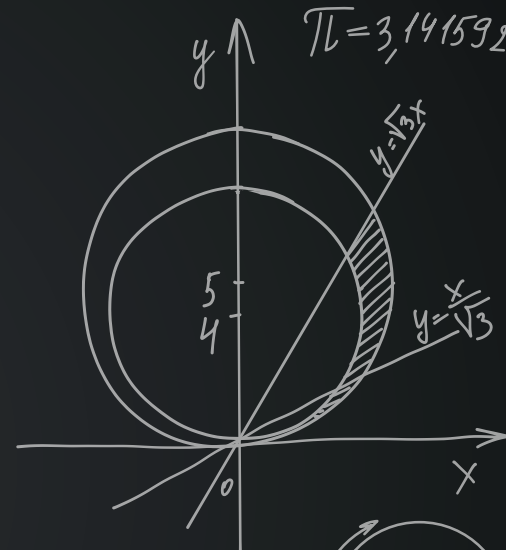
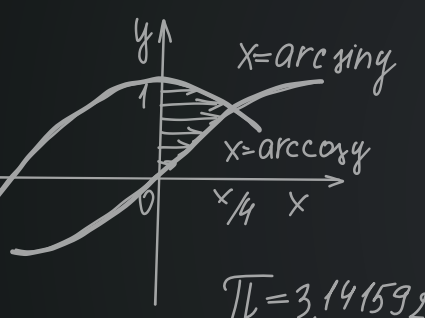
$$= \int_{-1}^1 dy \int_{2y^2+3}^5 (4 + \sqrt{9x^2 + 4y^2} - 1 - \sqrt{9x^2 + 4y^2}) dx =$$

$$= 3 \int_{-1}^1 dy \int_{2y^2+3}^5 dx = 3 \int_{-1}^1 (5 - 2y^2 - 3) dy = 6 \int_{-1}^1 (1 - y^2) dy =$$

$$= 6 \left(y - \frac{1}{3} y^3 \right) \Big|_{-1}^1 = 6 \left(1 - \frac{1}{3} + 1 - \frac{1}{3} \right) = 8.$$

$$\int_0^{1/\sqrt{2}} dy \int_0^{\arcsin y} f dx + \int_{1/\sqrt{2}}^1 dy \int_0^{\arccos y} f dx =$$

$$\int_0^{\pi/4} dx \int_{\sin x}^{\cos x} f dy$$



$$y^2 - 8y + x^2 = 0$$

$$y^2 - 10y + x^2 = 0$$

$$y = \frac{x}{\sqrt{3}}, y = \sqrt{3}x$$

$$S = \int_{\pi/6}^{\pi/3} d\varphi \int_{8 \sin \varphi}^{10 \sin \varphi} r dr =$$

$$= \frac{1}{2} \int_{\pi/6}^{\pi/3} r^2 \Big|_{8 \sin \varphi}^{10 \sin \varphi} d\varphi = 18 \int_{\pi/6}^{\pi/3} \sin^2 \varphi d\varphi = 9 \int_{\pi/6}^{\pi/3} (2 - \cos 2\varphi) d\varphi =$$

$$= 9 \left(\varphi - \frac{1}{2} \sin 2\varphi \right) \Big|_{\pi/6}^{\pi/3} = 9 \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} - \frac{1}{2} (\sin \frac{2\pi}{3} - \sin \frac{\pi}{3}) \right) = \frac{3}{2}$$

$$\begin{aligned} x &= r \cos \varphi \\ y &= r \sin \varphi \end{aligned}$$

Saber Matemático

Las matemáticas
y la filosofía



UNAM

Dr. Leonardo Lomelí Vanegas
Rector

Dra. Patricia Dolores Dávila Aranda
Secretaria General

Mtro. Tomás Humberto Rubio Pérez
Secretario Administrativo

Dra. Tamara Martínez Ruiz
Secretaria de Desarrollo Institucional

Lic. Raúl Arcenio Aguilar Tamayo
*Secretario de Prevención, Atención
y Seguridad Universitaria*

Mtro. Hugo Alejandro Concha Cantú
Abogado General

Mtro. Néstor Martínez Cristo
Director General de Comunicación Social



Dr. Benjamín Barajas Sánchez
Director General



Plantel Naucalpan

Mtro. Keshava R. Quintanar Cano
Director

Mtra. Verónica Berenice Ruiz Melgarejo
Secretaria General

Mtra. Teresa de Jesús Sánchez Serrano
Secretaria Administrativa

Lic. Damián Feltrín Rodríguez
Secretario Académico

Lic. Elizabeth Hernández López
Secretaria Docente

Biól. María del Rosario Rodríguez García
Secretaria de Servicios Estudiantiles

Lic. Isaac H. Hernández Hernández
Secretario de Apoyo al Aprendizaje y Cómputo

Lic. Mireya Adriana Cruz Reséndiz
Secretaria de Atención a la Comunidad

Lic. Tania Montserrat Sánchez Pomposo
Secretaria de Arte y Cultura

Lic. Ana Rocío Alvarado Torres
Secretaria de Administración Escolar

Ing. Carmen Tenorio Chávez
Secretaria Técnica del Siladin

Lic. Reyna I. Valencia López
Coord. de Gestión y Planeación

Mtra. María Guadalupe Peña Tapia
Jefa de la Oficina Jurídica

Mtro. Miguel Angel Muñoz Ramírez
*Jefe del departamento de impresiones
y proyectos editoriales*



CCH Naucalpan

Saber Matemático

Director

Josué David Sánchez Hernández

Comité Editorial

Ricardo Alan Sánchez Colín

Blanca Cecilia Cruz Salcedo

Keshava R. Quintanar Cano

Brenda Carreño Olmos

Diseño Editorial

Reyna I. Valencia López

Cristo Rey Policarpo Martínez

Ilustraciones

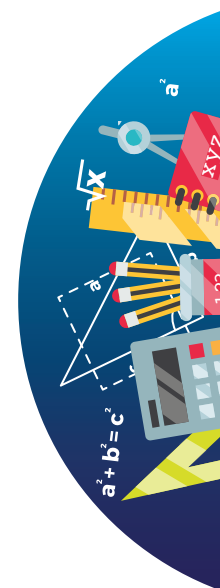
Kristina Armitage

www.behance.net/kristinaarmitage



Contenido

Presentación.....	4
Editorial.....	7
Universos matemáticos. Y sobre cómo lo infinitamente pequeño puede engendrarlo todo <i>Enrique Ruíz Hernández y Pedro Solórzano Mancera</i>	9
El problema filosófico de la aplicabilidad de las matemáticas <i>Josué David Sánchez Hernández</i>	17
A propósito de "Abandonando el no lugar", de Daniel Cruz <i>José Daniel Piñón Cuenca</i>	25
Sobre liras, números y filósofos <i>Brenda Tovar Amador</i>	31
El jardín de los triángulos que susurran <i>El Matemático de CCH</i>	37
Los números NO mienten: Apuéstale a la investigación <i>Ana Lydia Valdés</i>	43
Problemas <i>Florencio Vera Butanda</i>	47
Buzón matemático: Álgebra e imaginación <i>Erick Gerson Páez Villafuerte</i>	49



Presentación

Con frecuencia, es común entender a las matemáticas como una ciencia que se encarga del estudio de los números, lo cual no está alejado de su definición: “una ciencia o grupo de ciencias (incluyendo aritmética, álgebra, geometría, trigonometría, cálculo, etc.), que trata de las cantidades, magnitudes y formas; así como sus relaciones y propiedades, mediante el uso de números y símbolos”¹. No obstante, al acercarnos a su etimología veremos que encierra misterios sumamente interesantes; por ejemplo, la palabra matemática proviene de *math* una raíz griega que significa “aprender”, también se ha mencionado que proviene del griego antiguo *matematikós* que significa “el que ama el aprendizaje”².

Como podemos ver, la ciencia de las matemáticas no sólo se relaciona con los números y la resolución de los problemas, sino que por los orígenes de la palabra también puede entenderse como amor por el aprendizaje, es así como es posible vincularla de manera genuina con la Filosofía, el amor a la sabiduría. Sin duda alguna, resulta interesante indagar en torno a esta hermandad de saberes, es por eso que el número cuatro de la revista *Saber matemático*, que hoy tengo a bien presentar, se titula *Las matemáticas y la filosofía*.

Entre sus páginas, podremos encontrar notables artículos que abordan reflexiones complejas en torno a cómo las matemáticas fundamentan el conocimiento; los problemas de aplicabilidad de las matemáticas desde la filosofía de la ciencia; el pensamiento pitagórico y el descubrimiento de los números “irracionales”; las conexiones entre saberes aparentemente irreconciliables como la filosofía, la música y las matemáticas. Además, de manera lúdica, se presenta el reto de caminar por el plantel con la consigna de identificar los triángulos estratégicos que oculta, en analogía con el cuento “El jardín de los senderos que se bifurcan”, de Jorge Luis Borges.

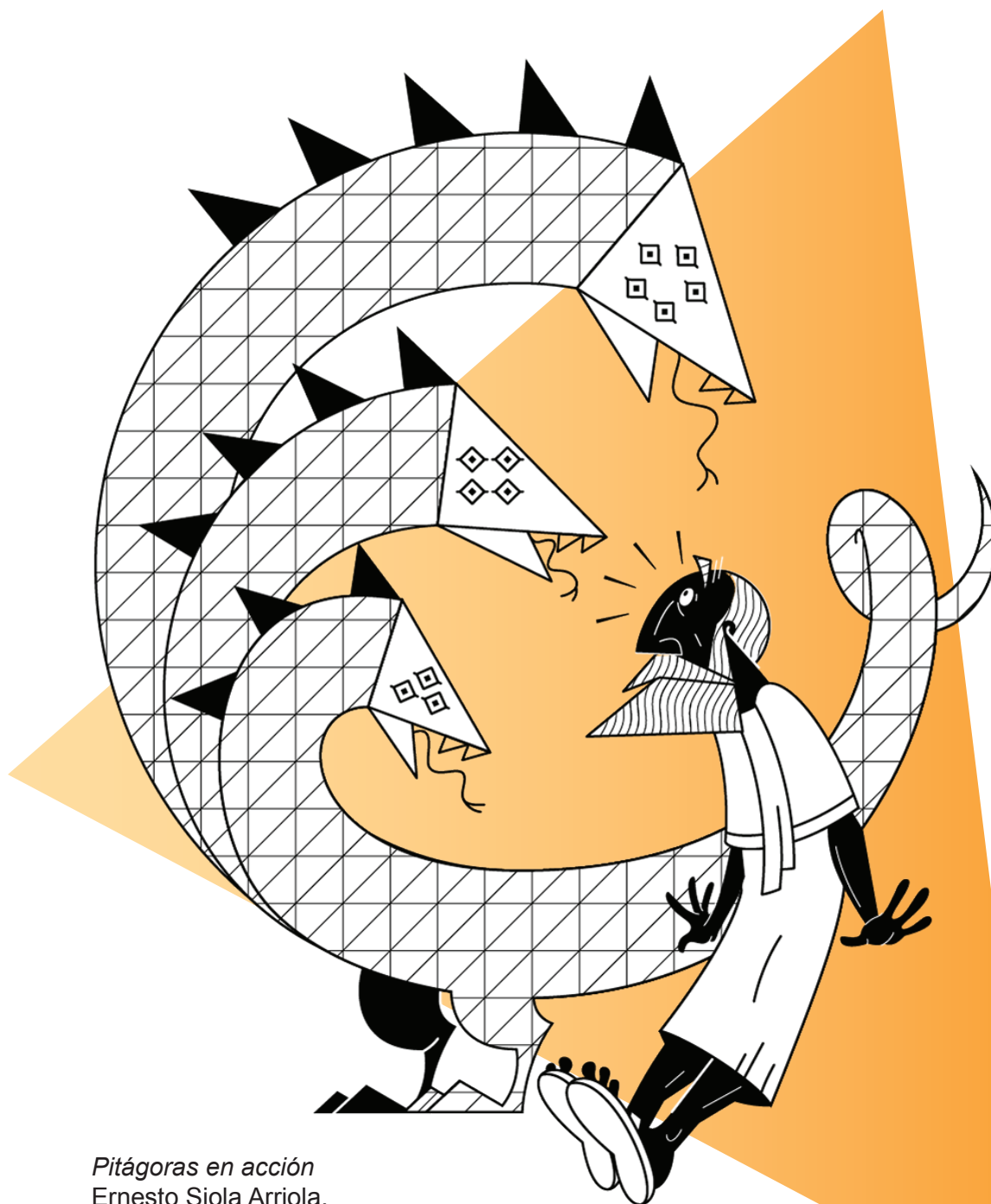
Agradezco a todas y cada una de las colaboradoras y colaboradores de este proyecto; al director de la revista, el profesor Josué David Sánchez Hernández; al comité editorial: Blanca Cecilia Cruz Salcedo, Ricardo Alan Sánchez Colín y Brenda Carreño Olmos; a la diseñadora y el diseñador editorial: Reyna I. Valencia López y Cristo Rey Policarpo Martínez; finalmente, un reconocimiento especial por su gran trabajo a la ilustradora de este número: Kristina Armitage.

Bienvenidos al número cuatro de la revista *Saber matemático*, ejercitemos nuestro espíritu y disfrutemos de las reflexiones matemáticas que nos ofrecen estas páginas.🌀

Mtro. Keshava Quintanar Cano
Director del CCH Naucalpan.

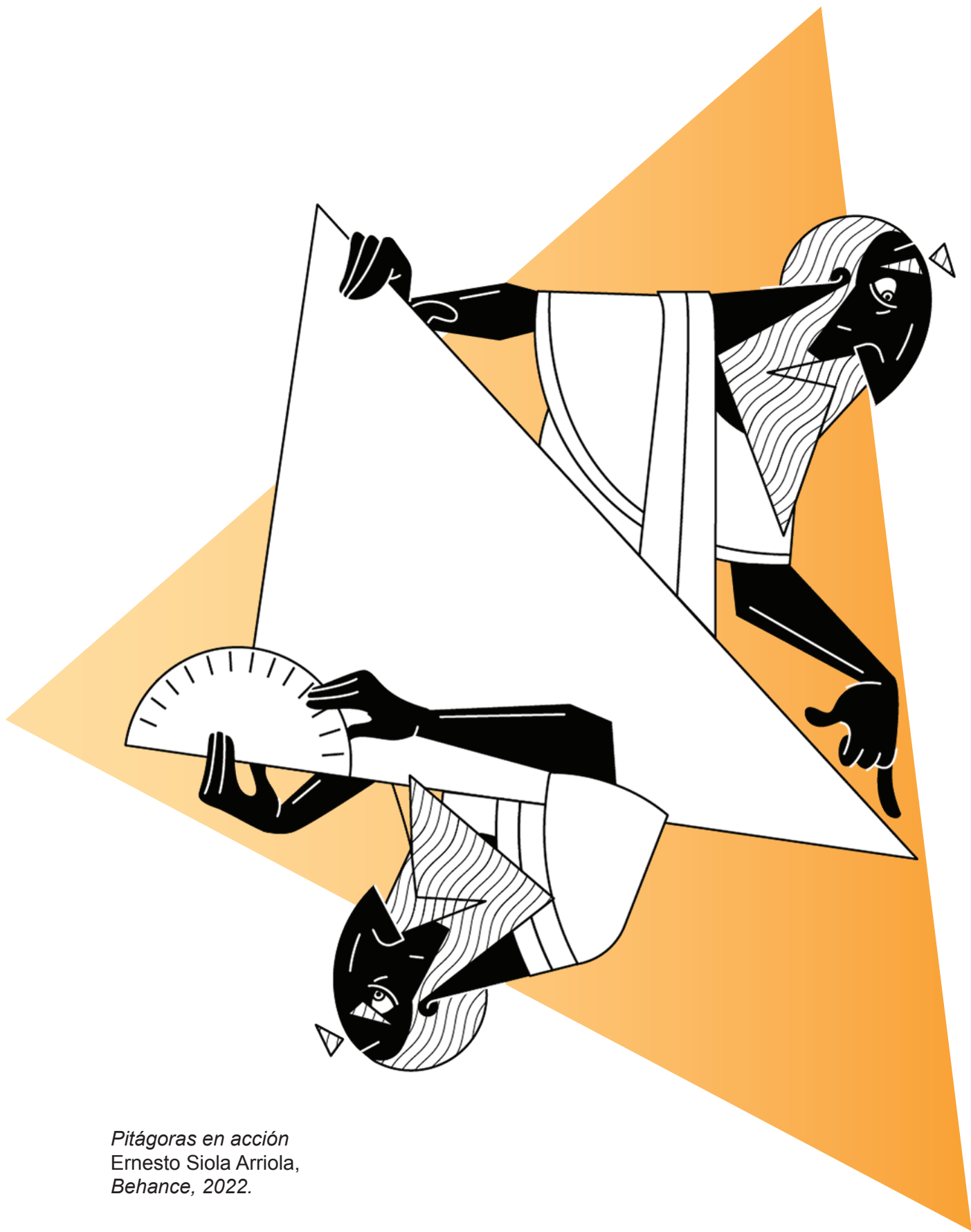
1. Etimologías de Chile. “Matemáticas”. Consultado el 21 de febrero de 2024, <https://etimologias.dechile.net/?matemática>

2. *Ibid.*



Pitágoras en acción
Ernesto Siola Arriola,
Behance, 2022.





Pitágoras en acción
Ernesto Siola Arriola,
Behance, 2022.



Kristina Armitage
Behance, 2022.

Universos matemáticos. Y sobre cómo lo infinitamente pequeño puede engendrarlo todo



Enrique Ruiz Hernández ¹



Pedro Solórzano Mancera²

pedro.antonio.solorzano@gmail.com



Resumen

Mediante el señalamiento de algunos hitos históricos, discutimos algunas implicaciones epistemológicas de los diversos tipos de fundamentación de las matemáticas y mostramos de manera sucinta uno de los caminos que permite tratar con precisión la noción de infinitesimal.

1. Conjuntos

Todo mundo entiende, en principio, lo que es un conjunto: una colección considerada como una totalidad. Es una colección considerada como conformando una unidad, como una sola cosa, como un solo objeto, a pesar de que, quizá, no haya vínculo físico (real) alguno entre sus elementos. Es una abstracción, una ficción —fingimos que conforman una unidad—. Si tuviéramos, en nuestra casa, unas manzanas dispersas sobre la mesa, podríamos considerarlas como una totalidad, como conformando una unidad; estaríamos pensándolas como el conjunto de manzanas sobre la mesa de nuestra casa. Estas consideraciones podemos

1. Licenciado en física y matemáticas por el IPN, maestro en ciencias matemáticas por la UNAM y miembro fundador del CinvCat.

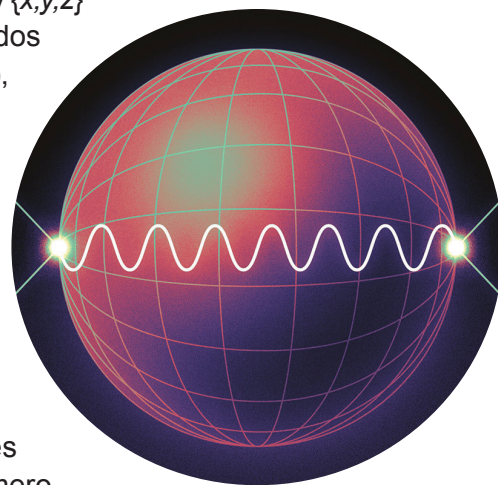
2. Licenciado en matemáticas por la UNAM. Doctor en matemáticas por la Universidad Estatal de Nueva York. Estudios de posdoctorado en California y en Brasil. Catedrático Conacyt en el Instituto de Matemáticas de la UNAM desde 2015.

hacerlas sin importar si los objetos son físicos o abstractos. Consideremos, por ejemplo, el 0, el 1, el 2, etc. como una totalidad. Llamémosla el conjunto de los números naturales. Esta consideración podemos denotarla $\{0,1,2,\dots\}$ y nombrarla N . También tenemos a Z , el conjunto de los números enteros: $\{\dots,-2,-1,0,1,2,\dots\}$. También podemos considerar la totalidad de nada, el conjunto vacío $\{\}$, denotado como $\emptyset$, y la totalidad conformada por un solo elemento. Por ejemplo, escribimos $\{a\}$ para el conjunto que tiene como único elemento la letra a ; o, de manera más abstracta, $\{\emptyset\}$ para el conjunto cuyo único elemento es el conjunto vacío. ¡Incluso a los números naturales podemos representarlos como conjuntos! El 0 como $\emptyset$, el 1 como $\{\emptyset\}$, el 2 como $\{\emptyset,\{\emptyset\}\}$, el 3 como $\{\emptyset,\{\emptyset,\{\emptyset\}\}\}$, etc.

Podemos hacer operaciones con los conjuntos, considerar nuevas totalidades a partir de otras, *construir* nuevos conjuntos a partir de otros: de $\{a,b,c,d,e\}$ y $\{b,d,f,g\}$ podemos considerar la totalidad de los elementos comunes: $\{b,d\}$; o considerar la totalidad de ambos a pesar de sus elementos comunes: $\{a,b,c,d,e,f,g\}$. A la primera le llamamos intersección y a la segunda unión. A partir de $\{x,y,z\}$ podemos considerar al conjunto de todos sus subconjuntos: $\{\{\},\{x\},\{y\},\{z\},\{x,y\},\{x,z\},\{y,z\},\{x,y,z\}\}$. A éste le llamamos conjunto potencia de $\{x,y,z\}$. A partir de $\{a,b\}$ y $\{x,y,z\}$

podemos considerar el conjunto de todos los pares ordenados de elementos de $\{a,b\}$ y $\{x,y,z\}$: $\{(a,x), (a,y), (a,z), (b,x), (b,y), (b,z)\}$. Son llamados *pares ordenados* porque estamos pensando que el par (a,x) está ordenado: a va primero y x después. Notemos que al par ordenado (a,x) lo podemos pensar como un conjunto: $\{\{a\},\{a,x\}\}$; así podemos distinguir cuál es el primer elemento y cuál el segundo. Al conjunto de todos los pares de un conjunto A y un conjunto X lo denotamos como $A \times X$ y le llamamos el *producto* de A y X . Finalmente, dada una propiedad, podemos considerar el conjunto de todos los conjuntos que cumplen esa propiedad. El conjunto de todos los números naturales que son impares es $\{1,3,5,\dots\}$. Si representamos la propiedad de ser un número natural impar como R , a $\{1,3,5,\dots\}$ lo podemos reescribir como $\{x|R x\}$, y toda la expresión se lee como “el conjunto de los conjuntos x tales que x es un número natural impar”; en otras palabras, $\{x|R x\}$ se puede leer como “el conjunto de los números naturales tales que son impares”.

Hay algo de ingenuidad en el modo de construir conjuntos a partir de una propiedad. Consideremos la propiedad C : “es un conjunto”. Llamemos T a $\{x|C x\}$, al conjunto de todos los conjuntos x tales que x es un conjunto, es decir, al conjunto de todos los conjuntos. Notemos que T es elemento de T , o reescrito de manera más concisa³: $T \in T$. Ahora consideremos la propiedad N : “no es elemento de sí mismo”; así que $N x$ es “ x no es elemento de x ”, o bien⁴, “ $\neg(x \in x)$ ”. Llamemos V al conjunto $\{x|N x\}$. Entonces, podemos preguntarnos si $V \in V$ o si $\neg(V \in V)$. Ahora, si $V \in V$, entonces V tiene la propiedad N : que V no es elemento de sí mismo; es decir, $\neg(V \in V)$. Si V no es elemento de sí mismo, entonces V tiene la propiedad N : es decir, $V \in V$. Pero entonces V es elemento de sí mismo si y sólo si no lo es. ¡No tiene sentido!



Kristina Armitage
Behance, 2022.

3. El símbolo $\in$ significa: "Es elemento de:"

4. El símbolo $\neg(x \in x)$ significa "no es elemento de sí mismo"

2. Cómo sacar al buey de la barranca

Tal contradicción puso en crisis al gremio matemático. ¿Cómo era posible que la matemática —perfecta y pluscuamperfecta— tuviera semejante inconsistencia?

Se propusieron varios caminos para evitar esta paradoja, llamada la Paradoja de Russell. Algunos autores pensaron en sistemas lógicos distintos a la teoría de conjuntos. Uno de esos fue la teoría simple de tipos propuesta por Bertrand Russell en *The Principles of Mathematics*, en 1903 (Coquand, 2022).

Otros pensaron en sistemas axiomáticos restringidos para la teoría de conjuntos. Uno de estos fue el sistema axiomático de Zermelo-Fraenkel. En éste, sólo a partir de un conjunto X , podemos construir el conjunto de todos sus elementos con la propiedad P . Es decir, dada una propiedad P , sólo se puede construir el conjunto $\{x|x \in X \text{ y } Px\}$; mientras que no se nos asegure que $\{x|Px\}$ sea conjunto.

Las teorías de tipos en realidad resuelven el problema de manera muy semejante. Operando como en un lenguaje de computación, las variables sólo pueden tener valores en categorías específicas; sólo pueden ser de cierto **tipo**. En particular, se pueden considerar tipos específicos para lo que se desee estudiar y considerar nuevos tipos a partir de los anteriores. Tipos potencia, tipos producto, tipos afirmación, etc. De modo que, para cualquier propiedad P , sólo es válido considerar $\{x|Px\}$ si de antemano se ha determinado el tipo de la variable x .

Como puede verse, éstas son dos manifestaciones de una misma idea: restringir el campo de acción de las afirmaciones.

En un pueblo donde todos están bien afeitados, sólo hay un barbero. Él sólo afeita a quienes no se afeitan a sí mismos...

¿Quién afeita al barbero?



3. Universos de discurso y lógica intuicionista

Justo antes de que apareciera la Paradoja de Russell, a finales del siglo XIX, ya comenzaba a circular la idea de que todas las matemáticas podían fundamentarse mediante conjuntos: todo objeto matemático podía representarse como un conjunto. Esto puede parecer muy macabro, pero no es tan descabellado... hasta cierto punto.

Ya vimos que cada número natural puede describirse como un conjunto. El paso verdaderamente difícil fue encontrar una manera igualmente formal de representar a los números reales. Esta tarea fue concretada gracias a las aportaciones de George Cantor, a las sucesiones de Cauchy y al filosófico concepto de cortaduras de Dedekind (Ferreirós, 2022). Así que los axiomas de Zermelo-Fraenkel proporcionaron un **universo discursivo** para crear y reflexionar de manera más conveniente sobre los objetos matemáticos.

Un lenguaje local es una versión ampliada de la teoría simple de tipos en la que se incluyen varios tipos basales; el tipo Ω , de las afirmaciones; el tipo 1, de los conjuntos de un solo elemento; y varios tipos que corresponden a construcciones naturales de subconjuntos y productos. En un lenguaje local, las afirmaciones pueden tener valores de verdad adicionales a “verdadero” y “falso”. Más aún, no se supone de antemano que pueda aplicarse en Ω la regla de eliminación de la doble negación (EDN), “de $\neg\neg p$ se concluye p ”.

A cualquier sistema lógico en que no sea universalmente válida EDN se le conoce como **lógica intuicionista**. Ésta nace como una formalización de una postura filosófica introducida por Brouwer y conocida como Intuicionismo (Iemhoff, 2020). Brouwer tuvo que librar mil batallas para defenderlo, pero eso es materia de otra historia.

La regla EDN abre la posibilidad de concluir la veracidad de una afirmación sin conocer explícitamente sus causas (Field, 2000). La doble negación $\neg\neg p$ no corresponde a la afirmación p cuando, en situaciones de gradación, se cae en una zona de neutralidad. Por ejemplo, una afirmación del tipo “No es que no me guste x ”, no necesariamente coincide con la afirmación “Me gusta x ”. Estos dos motivos bastan para considerar un Ω más general.

La razón de ser de la filosofía es explicar y entender el mundo desde la generalidad; la de la ciencia es explicar y entender el mundo desde la particularidad; y la de las matemáticas es explicar y entender los objetos mentales con que nos explicamos el mundo. No es esperable poder lograr esto último con un solo modo de pensamiento.

La teoría de conjuntos puede, en buena medida, interpretarse fielmente a través de un lenguaje local en el que Ω se hace coincidir con el conjunto de dos elementos {verdadero, falso}, en el que la regla EDN es trivialmente válida. Si bien la teoría de conjuntos permite modelar un pensamiento discreto, este tiene limitantes a la hora de explicar fenómenos de otra naturaleza. Los lenguajes locales con un Ω más general nos permiten tener universos de discurso que se ajustan mejor a aquello que se desee modelar.

4. El EDN, el continuo y los infinitesimales

La idealización de un trazo que no cambia de rumbo se conoce como línea recta. Solemos imaginarla como extensión pura, sin grosor y sin huecos, un continuo lineal. Las extensiones finitas de esta idealización, llamadas segmentos, son conmensurables entre sí; es decir, cualquiera de ellas puede pegarse consigo misma un número finito de veces hasta superar en extensión a la otra; sin embargo, la conmensurabilidad puede no darse si también se consideran las extensiones infinitas.

Desde la antigüedad, la idea del infinito ha sido discutida dificultosamente. Tampoco ha sido fácil dar una definición precisa de la idea de lo continuo, de no tener huecos. En el siglo XVII, Descartes, al aritmetizar el continuo lineal, sentó las bases para que, en el siglo XIX, Dedekind y otros dieran una definición precisa de lo que es no tener huecos. Aritmetizar el continuo lineal significó equipararlo al conjunto de los números reales. Si bien esta equiparación permitió el uso del álgebra para estudiar el continuo, no es sino un postulado que está lejos de ser evidente.

Casi a la par, y también en el siglo XVII, tanto Newton como Leibniz utilizaron la idea de cantidad **infinitesimal** para formalizar la idea de movimiento y, más en general, la de cambio. Una cantidad infinitesimal es aquella que, sin ser nula, es menor que cualquier cantidad finita e inconmensurable con ésta. Ya desde el siglo

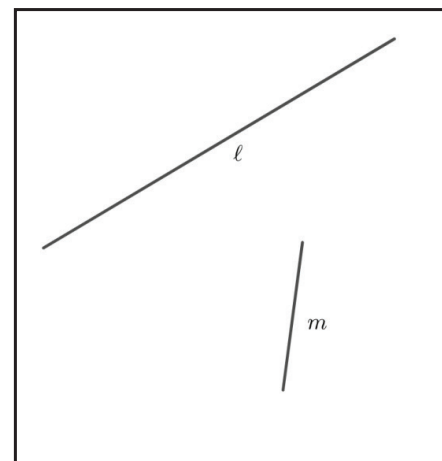


Figura 2. Dos segmentos evidentemente conmensurables entre sí. Basta triplicar el pequeño para superar en extensión al grande.

XVIII, los infinitesimales fueron motivo de escarnio filosófico hacia la idea de que las matemáticas eran muy diferentes de la religión en cuanto a que los fundamentos de aquellas eran firmes y claros (Berkeley, 1734). En verdad, ¡qué más sibilino que algo más pequeño que cualquier cosa y que no sea a su vez nulo!

Sin embargo, la ausencia de la regla EDN nos permite pensar a los infinitesimales como aquellas magnitudes indistinguibles del cero. Decimos que dos cosas x y y son **indistinguibles** si no es el caso que sean distintas, o bien que se verifique $\neg(x=y)$. Ante la ausencia de la regla EDN, cabe suponer que podrían no ser iguales. Puesto que se tienen modelos concretos en los que esto ocurre (Moerdijk y Reyes, 1991), hay justificación epistemológica para considerarlos como modelos válidos para el estudio del movimiento.

El modo en que Leibniz lidió con cierta clase de magnitudes infinitesimales fue considerar unas cuyo valor al cuadrado era tan diminuto que pueden pensarse igual a cero. En un lenguaje local esto puede recuperarse de manera concreta. Si $\mathbf{R}$ es la interpretación aritmética del continuo lineal, entonces $\Delta = \{x \in \mathbf{R} \mid x^2 = 0\}$ consiste exactamente en aquellas magnitudes infinitesimales que consideraba Leibniz. Imaginemos la parábola determinada por la ecuación $y=x^2$, en el plano dado por coordenadas x y y . Es claro que Δ es la intersección de esta parábola con la recta horizontal $y=0$. Si usamos varias lupas de diferentes aumentos, $1x$, $10x$, $1000x$, etc. podremos ver el siguiente fenómeno. La parábola se ve más y más y más como un trozo de recta. La regla EDN obligaría a Δ a ser el conjunto $\{0\}$. Pero la intuición nos tendría que llevar por otro sendero.

A partir de los años setenta, Lawvere y Koch postularon lo siguiente:



No es que no me guste x ” no necesariamente coincide con la afirmación “Me gusta”.

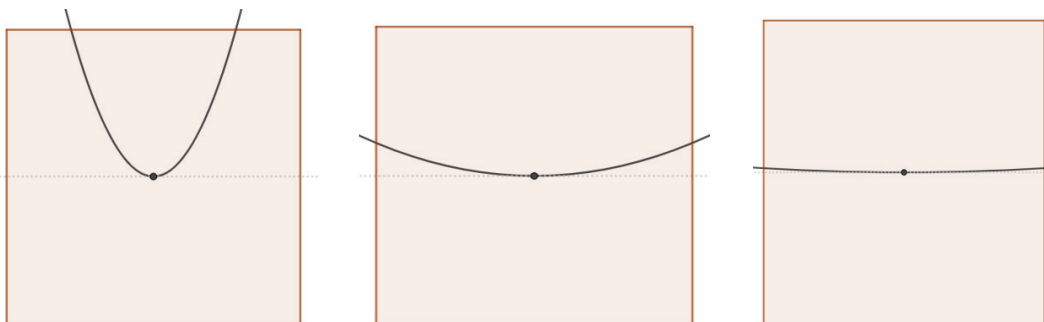


Figura 3. La misma parábola a distintos aumentos. Intuitivamente es más y más como una recta.

(KL) Cualquier función desde Δ y hacia $\mathbf{R}$ se puede escribir de manera única como la función que envía cada $x \in \Delta$ a $a+bx$, con únicos $a, b \in \mathbf{R}$ (Bell, 2019).

Es decir, si⁵ $g: \Delta \rightarrow \mathbf{R}$, entonces existen únicos a y b en $\mathbf{R}$ tales que $g(x)=a+bx$, y si c y d están en $\mathbf{R}$, existe una única $h: \Delta \rightarrow \mathbf{R}$ tal que $h(x)=c+dx$. Así como en la Figura 1 se tiene que Δ es intuitivamente un trocito diminuto de recta (más pequeño que cualquier otro), el postulado KL dice que cualquier función desde Δ se ve como un trocito diminuto de recta.

5. La expresión $g: \Delta \rightarrow \mathbf{R}$ se lee como “ g es una función de Δ a $\mathbf{R}$ ”.

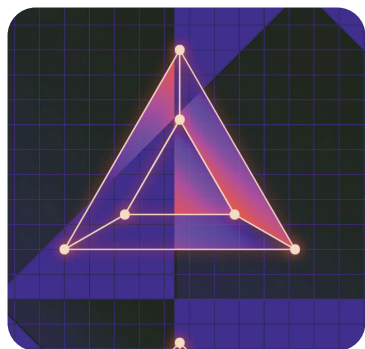
Esta correspondencia permite recuperar la noción de derivada de una función f en un punto p como el único valor $b \in \mathbf{R}$ tal $f(p+x) = f(p)+bx$ para todo $x \in \Delta$. ¡Ojo! Este postulado proscribió ya de antemano la eliminación de la doble negación en el caso de la igualdad entre miembros de $\mathbf{R}$, ya que Δ no puede ser el conjunto que contiene solamente al cero; de ser así, $g(x)=0+ax$ y $h(x)=0+0 \cdot x$ serían iguales:

$$0+a \cdot x = 0+a \cdot 0 = 0+0 = 0+0 \cdot x;$$

pero por la correspondencia anterior, tendríamos $a=0$ para todo $a \in \mathbf{R}$, cosa que no queremos, pues la recta sería un punto.

A partir del postulado KL, es posible verificar que $\mathbf{R}$ coincide con el conjunto de todas las funciones de Δ en sí mismo que mandan el cero al cero. Maravillosamente, es posible ir en sentido opuesto (Lawvere, 2011). Se comienza con un objeto T provisto de un punto p y contenido en $\{x \in T \mid \neg\neg(x=p)\}$ —es decir que consta de indistinguibles de p — y, bajo hipótesis bastante naturales, el conjunto de las funciones de T en T que manden a p en p resulta ser un continuo lineal. ¡Por lo que puede tomarse por modelo de la recta real!

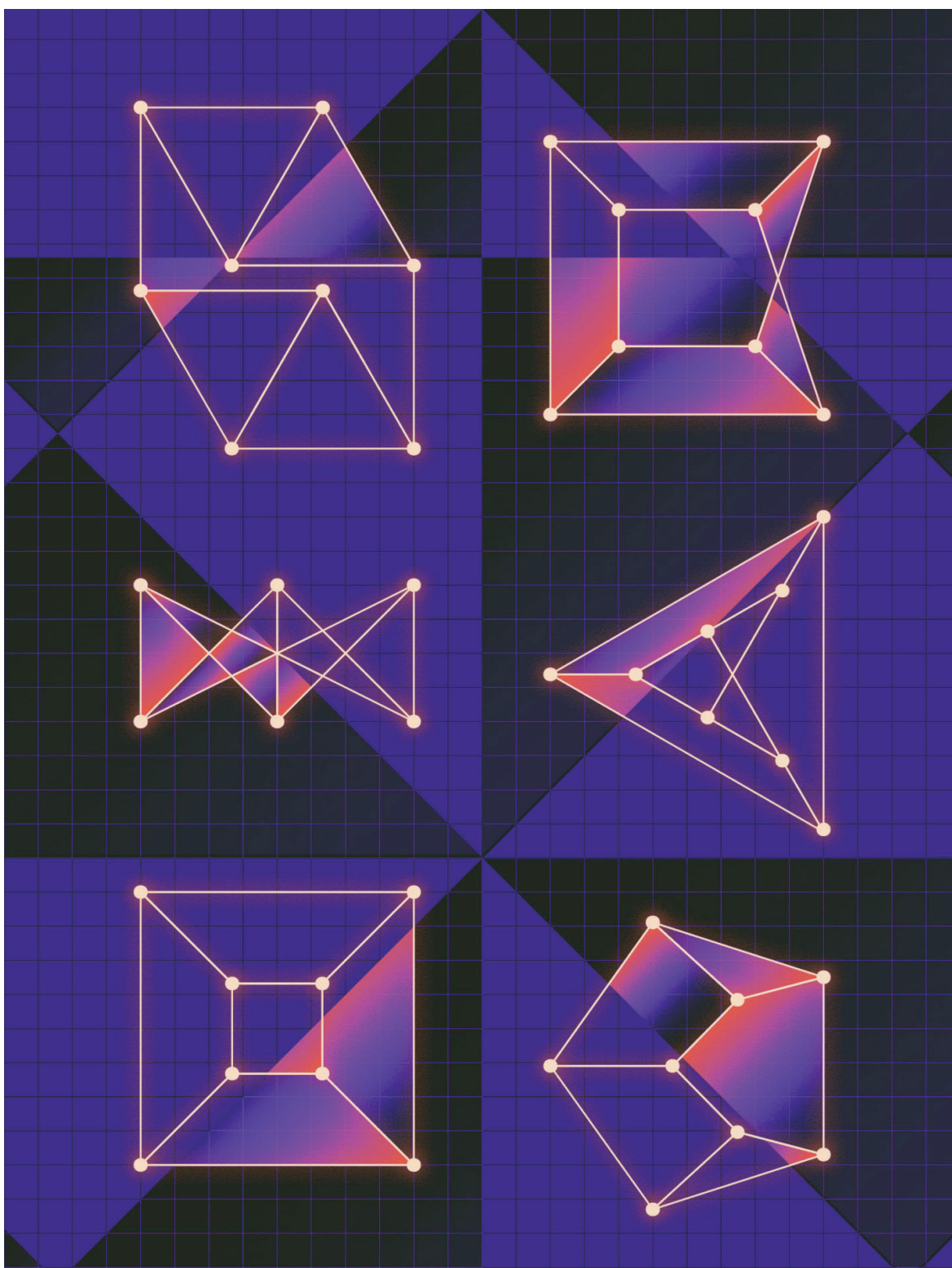
Es decir, es posible reconstruir todo el continuo lineal a partir de una colección de infinitesimales. Más aún, puesto que todo nuestro universo físico tiene aspectos susceptibles de ser modelados mediante productos finitos del continuo lineal, es posible entender y explicar el universo a partir del estudio del comportamiento de los infinitesimales. Esto es posible al prescindir de la regla EDN. Por otro lado, esta regla tiene su ámbito cabal en las colecciones máximas de puntos distinguibles entre sí: El universo de lo discreto (McLarty, 1988).🌀



Kristina Armitage
Behance, 2022.

REFERENCIAS:

- Bell, J. L. (2019). *The Continuous, the Discrete and the Infinitesimal in Philosophy and Mathematics*. Springer.
- Berkeley, G. (1734). *The Analyst. A Discourse Addressed to an Infidel Mathematician: Wherein It Is Examined Whether the Object, Principles, and Inferences of the Modern Analysis Are More Distinctly Conceived, or More Evidently Deduced, Than Religious Mysteries and Points of Faith*. Publisher J. Tonson.
- Coquand, T., (2022), “Type Theory”, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Fall 2022 Edition), Edward N. Zalta & Uri Nodelman (eds.), <https://plato.stanford.edu/archives/fall2022/entries/type-theory/>.
- Ferreirós, J., (2022), “The Early Development of Set Theory”, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Spring 2022 Edition), Edward N. Zalta (ed.), <https://plato.stanford.edu/archives/spr2022/entries/settheory-early/>.
- Field, H., (2000), Indeterminacy, degree of belief, and excluded middle, *Noûs*, 34 (1), 1-30. <https://doi.org/10.1111/0029-4624.00200>.
- Iemhoff, R., (2020), “Intuitionism in the Philosophy of Mathematics”, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Fall 2020 Edition), Edward N. Zalta (ed.), <https://plato.stanford.edu/archives/fall2020/entries/intuitionism/>.
- Lawvere, F. W. (2011). Euler’s Continuum Functorially Vindicated. En D. Devidi, M. Hallett, P. Clark (Eds.), *The Western Ontario Series in Philosophy of Science: Vol. 75. Logic, Mathematics, Philosophy: Vintage Enthusiasms* (pp. 249-254). Springer.
- McLarty, C., (1988), Defining sets as sets of points, *Journal of Philosophical Logic*, 17, 75-90. <https://doi.org/10.1007/BF00249676>.
- Moerdijk, I. y Reyes, G. E. (1991). *Models for Smooth Infinitesimal Analysis*. Springer-Verlag.



Kristina Armitage
Behance, 2022.



Kristina Armitage
Behance, 2022.

El problema filosófico de la aplicabilidad de las matemáticas



Josué David Sánchez Hernández

josuedavid.sanchez@cch.unam.mx



Introducción

Muchas personas consideran que las matemáticas son una verdadera rareza dentro del universo de las ciencias, porque a diferencia de éstas, las matemáticas parecen no tener la intención de describir el mundo, pero sí objetos abstractos y mundos más bien imaginarios. En este texto trataremos de mostrar por qué la propiedad de aplicabilidad va en contra de esta idea generalizada y, además, constituye uno de los puntos de reflexión más interesantes para la Filosofía de la Ciencia.

Para comenzar a entender la idea de aplicabilidad, pongamos como ejemplo la utilidad que tiene el modelo de la recta numérica para decir algunas cosas relevantes sobre el tiempo físico, mediante la vía de la similitud.

Se dice que el modelo de la recta real tiene una aplicación en la Física porque, por ejemplo, el orden de los números en la recta es similar a la manera en que los instantes de tiempo se siguen, uno detrás de otro, en el mundo observable. Aquello llamado *longitud de un intervalo real* se puede interpretar como la duración de un evento, gracias a una simple resta entre los extremos. Además, el tiempo también parece ser una estructura locamente divisible como la de la recta real: entre dos puntos, siempre podemos encontrar un tercero; entre las 7:20 y las 7:21 de la noche, aún hay tiempo. Esto es, que el tiempo comparte, aparentemente, la continuidad de la recta numérica, la falta de agujeros y huecos en cualquier lugar. Es como si, en condiciones habituales, no hubiera ningún momento sin momentos en la historia.

En conclusión, el modelo matemático de la recta real encuentra una aplicación en el modelo con que tratamos de explicar el tiempo.

Pero, ¿por qué esto es así? ¿A qué se debe esta coincidencia, esta similitud profunda entre fenómenos del mundo real y ciertas configuraciones matemáticas idealizadas? Aunque no se reflexione muy a menudo sobre la naturaleza de esta propiedad y la mayoría de los científicos en el mundo usen indiscriminadamente las matemáticas para llevar a cabo sus investigaciones, es solo hasta la aparición de algunos casos extraordinarios, cuando los matemáticos y filósofos se ven obligados a repensar el quehacer de esta disciplina milenaria y a medir el impacto de sus producciones en otras disciplinas.

En las siguientes líneas trataremos de enfocarnos en por qué son tan interesantes las aplicaciones de las matemáticas cuando hablamos de filosofía.

Una perspectiva clásica

En la literatura clásica, uno de los primeros intentos de entender las aplicaciones de las matemáticas a las ciencias empíricas se conoce como el enfoque del mapeo. Básicamente, esta perspectiva compara la utilidad de las matemáticas con la de los mapas. Ciertamente, un mapa tiene la capacidad de captar tanto los objetos de una ciudad, así como ciertas relaciones entre dichos elementos, como puede ser el sentido de las avenidas o la distancia entre dos edificios cualesquiera. Usando esta metáfora, podría decirse que una aplicación matemática existe cuando es posible establecer similitudes estructurales entre una configuración empírica del mundo (como puede ser cualquier fenómeno) y una estructura matemática (como puede ser un conjunto de ecuaciones).

Lo que garantiza la inmersión de algún fenómeno del mundo al universo matemático es lo que se conoce como un homomorfismo, una especie de mapa capaz de conservar ligaduras, relaciones u operaciones entre objetos tangibles y sus representantes matemáticos.

Irrazonables aplicaciones

Aunque suene muy natural, la herramienta del homomorfismo o mapeo presenta ciertas dificultades. La primera de ellas radica en que el homomorfismo propone una versión intuitivamente más reducida del mundo. Cualquiera estaría de acuerdo en afirmar que la estructura del mundo real siempre será más compleja en comparación con una estructura matemática. Esto es, que probablemente haya muchos objetos o características de un fenómeno que no tengan un objeto matemático como representante.

Bueno y Colyvan (2011) son dos autores que han criticado y ampliado arduamente el modelo del mapeo, pues para ellos este enfoque únicamente resalta la capacidad de las matemáticas para construir representaciones adecuadas del mundo, pero pasa por alto el verdadero poder de las aplicaciones: su capacidad inferencial, el hecho de que las matemáticas permitan sacar conclusiones insospechadas.



Para estos autores, lo relevante de las aplicaciones matemáticas no radica en la facilidad con que ciertos fenómenos empíricos puedan incrustarse en sus estructuras. Antes mejor, la propiedad de aplicabilidad cumple el rol de establecer relaciones inferenciales, lo cual permite, entre otras cosas, unificar campos de conocimiento aparentemente dispares, proveer determinadas explicaciones a fenómenos y hacer predicciones muy novedosas.

Lo más irrazonable de las predicciones novedosas es la facilidad con la que algunos ejemplos pueden chocar con nuestra intuición. En general, se pensaría que una estructura matemática, después de ciertas inferencias, no podría agregarle al mundo objetos que no existían antes de que se llevara a cabo la aplicación: sería muy raro que el análisis de un mapa nos diera una descripción más completa de la ciudad, en comparación con la observación directa de la misma. Desarrollemos esta idea.

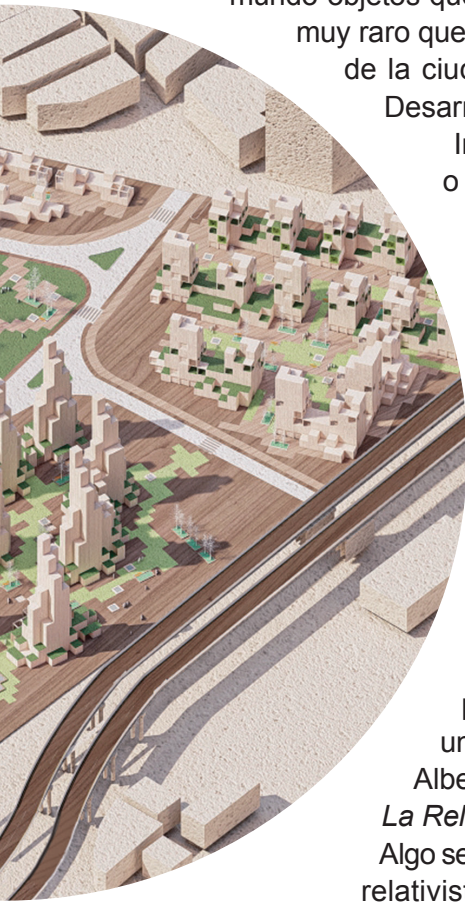
Imaginemos que a y b representan dos objetos, características o magnitudes asociadas a un fenómeno F y que A y B son sus representantes en la estructura matemática E . Supóngase ahora que, tras ciertas deducciones en la estructura E , llegamos a concluir la existencia de un elemento C , hasta ahora no presente en F , pero muy importante en E . Este objeto, ¿necesariamente tendrá un representante empírico en el fenómeno F ? ¿tendrá, obligadamente, un significado en la realidad?

Por extraño que parezca, esta necesidad interpretativa de soluciones matemáticas raras, ha llevado a importantes descubrimientos en la historia de la Ciencia. Un primer ejemplo lo hallamos en la famosa ecuación de Lorentz, una deducción matemática cuya interpretación en el mundo tangible apuntaba a creer que el tiempo podía transcurrir con mayor lentitud cuando nos movíamos a velocidades muy grandes. Un gran disparate para su época, pues la contracción del tiempo pasaba solo como una curiosidad matemática sin sentido, pero que valió para que Albert Einstein elaborara una de las teorías más exitosas de la Física: *La Relatividad Especial*.

Algo semejante ocurriría con ciertas soluciones a las ecuaciones cuánticas relativistas de Dirac, quien terminaría por concluir que la energía de un electrón podía adquirir valores negativos. Nuevamente, esto era un absoluto sin sentido matemático para la época, pero años más tarde, estas interpretaciones ayudarían a corroborar la existencia de la antimateria.

Los ejemplos antes citados, y otros más, como el caso de la dinámica de poblaciones de Lotka Volterra, nos llevan a formular grandes preguntas: si las matemáticas solo son una herramienta útil para representar fenómenos empíricos, para construir mapas más o menos incompletos del mundo, ¿por qué esta herramienta, en algunos casos, suele comportarse como un instrumento cuasi-creador de realidades? ¿La realidad de los objetos matemáticos propuestos por ciertos modelos, es distinta a la realidad o idéntica a la de los objetos empíricos de las Ciencias?

Para avanzar frente a estas interrogantes, será útil traer a la discusión algunas tradiciones filosóficas.



Mariam Mamdouh,
Reem Mohamed,
Behance, 2022.

El argumento de indispensabilidad de Quine

La Ontología ha sentido especial interés por averiguar qué tipo de existencia tienen las matemáticas y sus objetos. Esto, con la finalidad de saber si las matemáticas pueden dar cuenta de la realidad, o no. Para tomar una decisión frente a estas dos posturas, es necesario preguntarse dónde debería colocarse una autoridad epistémica capaz de tomar una resolución así. La tradición revisionista considera que ese papel le corresponde a la Filosofía. Por otro lado, los naturalistas o anti-revisionistas consideran que son las propias matemáticas quienes deberían tener la última palabra.

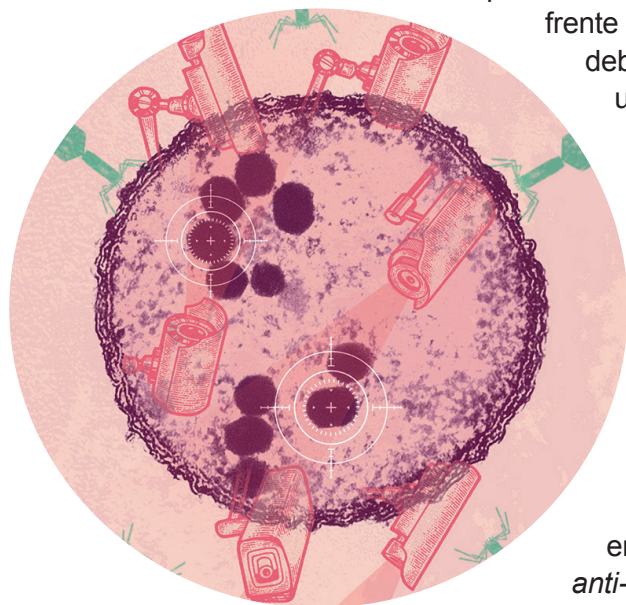
Algunos autores (Barceló, 2004) consideran que el antirevisionismo tiene su origen en un naturalismo como el que propone Willard Quine. Quine es importante porque emerge en un momento en la historia de la Filosofía de las Matemáticas donde había dos concepciones opuestas: Si te declarabas *empirista*, aceptabas que el conocimiento estaba fundado solamente en los sentidos. Por lo tanto, debías adoptar una posición *anti-realista* en matemáticas, es decir, negar la existencia de los objetos matemáticos, porque estos carecen de un contenido empírico. Por el contrario, si no eras empirista y creías en la existencia de

los objetos matemáticos, tenías que aceptar la mediación de una facultad misteriosa conocida como *intuición*, responsable del conocimiento de los objetos abstractos.

Puestas en la mesa estas dos posiciones enemigas, la relevancia de Quine radica en ser el primero en asegurar que hay una manera de ser empirista y, al mismo tiempo, ser realista en matemáticas. Para probar esto, Quine se apoya precisamente en el éxito de la aplicabilidad de las matemáticas. A esta prueba, hoy en día se le recuerda como *el argumento de indispensabilidad*, el cual va así:

- La ciencia parece ser muy exitosa, porque nos provee de una imagen muy aceptable de la realidad.
- La segunda tesis es la abductiva pragmática: sería muy raro que la ciencia nos proveyera de una imagen atinada de la realidad, si sus teorías fueran falsas, por lo que conviene aceptarlas como verdaderas.
- Muchas de estas teorías científicas que describen la realidad necesitan apoyarse en algunas teorías matemáticas.
- Luego entonces, sería muy raro que del éxito de las ciencias estuviera apoyado en teorías matemáticas falsas (en el sentido de proponer objetos irreales), por tanto, algunas teorías matemáticas son verdaderas.

Como puede verse, esta propuesta es genial, porque Quine asegura que es gracias a la aplicabilidad de ciertas teorías matemáticas como podemos concluir la existencia de los objetos matemáticos empleados en ciertas descripciones exitosas de la realidad. El inconveniente radica en que la realidad de aquellas teorías matemáticas sin aplicaciones es dudosa.



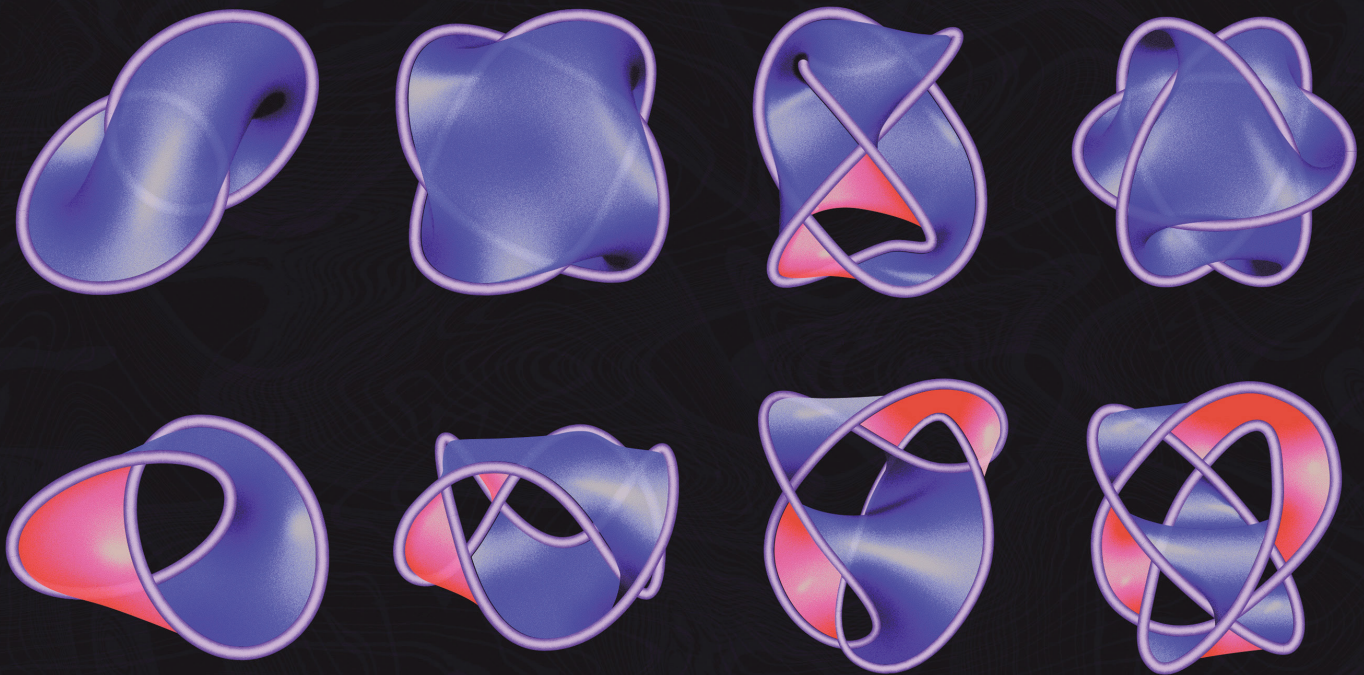
Kristina Armitage
Behance, 2022.

Este justificado defecto ha sido aprovechado por algunos empiristas anti-realistas como Hartry Field (1980), quien ha cuestionado arduamente el argumento de indispensabilidad de Quine, y ¡vaya de qué manera! Este filósofo de la ciencia afirma que las matemáticas no son indispensables para el éxito de las ciencias empíricas. Además, cree que las proposiciones matemáticas no deben interpretarse en un sentido literal, como por ejemplo las de las ciencias empíricas. En cambio, supone que **las entidades abstractas son meras ficciones**, inventadas solamente con fines pragmáticos.

A esta postura frente a las matemáticas se le conoce como *Ficcionalismo revolucionario*. Y aunque es muy provocativo, resulta difícil de defender, porque la verdad de sus afirmaciones dependería de la capacidad para crear una ciencia exitosa que no usara para nada a las matemáticas, y eso, hasta ahora, no ha sido posible.

El ficcionalismo hermenéutico

Con su propuesta, Field intenta convencernos de la independencia entre la aplicabilidad de las matemáticas y la existencia de sus entidades: comprobar una no debería comprometernos a la aceptación de la otra. Para ello, ha dicho cosas terribles, como que los enunciados matemáticos no pueden interpretarse de manera literal y que, además, son falsos (Asse, 2011). Sin embargo, las repercusiones de dichas sentencias serían catastróficas: ¿cómo la mayoría de las ciencias empíricas podrían estar apoyadas en teorías matemáticas falsas?



Para flexibilizar esta postura, una vía alterna se encuentra en el ficcionalismo hermenéutico, el cual recompone la sentencia de Hartry Field de la siguiente manera:

“Aunque las afirmaciones matemáticas sean literalmente falsas, podrían ser verdaderas en algún otro sentido, por ejemplo, como verdades de ficción”

Dependiendo del lugar ocupado por la ficción, el ficcionalismo hermenéutico puede ser instrumentalista, metafictionalista o figuracionista. Para esta última opción, lo que se afirma de las aplicaciones matemáticas se hace en sentido figurado, por lo que las matemáticas no nos dicen cómo son las cosas en el mundo real, pero sí cómo son *en relación* a sus teorías u objetos tomados como una ficción (Asse, 2011). Así, las matemáticas no describen el mundo, en cambio, se limitan a crear una experiencia particular del mundo, como lo hace, por ejemplo, una ficción elaborada por la literatura.

Cuando un joven enamorado sostiene que la belleza de alguien es equiparable a la del personaje de la novela *Cien años de soledad*, Remedios la Bella, no describe directamente la belleza de una persona real, sino que se vale de una belleza ficticia para poder decir algo de la impresión que le causan las características físicas de su amada, comparándolo con algo que no existe, pero que viene bien para completar sus necesidades de expresión. De igual modo, cuando un físico afirma que la trayectoria de un objeto lanzado oblicuamente es parabólica, en realidad debería decir que: la trayectoria seguida por los objetos reales es equiparable con la descrita por un punto, el cual se mueve en un plano cartesiano de modo que su distancia a un punto fijo, llamado foco, es igual a su distancia de una recta fija, llamada directriz. La ficción matemática conocida como parábola es una metáfora apropiada para decir algo sobre el movimiento de los cuerpos bajo la acción de la gravedad, aunque no sepamos si en realidad eso sea así realmente.

A diferencia de Hartry Field, quien defiende la falsedad de las matemáticas, el filósofo figuracionista Stephen Yablo apela a un recurso lingüístico más complejo que la mentira o falsedad, esto es, a la metáfora. La propiedad de aplicabilidad de las matemáticas aparece aquí como un recurso metafórico, que no ayuda a describir directamente la realidad, pero sí a compararla en relación a una determinada ficción.

En resumen, para Stephen Yablo las teorías matemáticas no son verdaderas como lo creía Quine, ni falsas como considera Field, sino que asemejan a un juego en el que ciertos objetos son simulados con la finalidad de conseguir exposiciones que de otra manera no sería posible conseguir. Al igual que la literatura o la poesía, las matemáticas explotan el poder de la metáfora a un grado que la experiencia del mundo sería demasiado pobre sin sus teorías.🌀

REFERENCIAS:

- Asse, J. (2011). Naturalismo, ficción y objetos matemáticos. *Signos filosóficos*. Vol.13, No. 25. pp. 47-71.
- Barceló, Axel. (2004). Revisionismo en filosofía de las matemáticas. *Signos filosóficos*. Vol. VI, No.12. pp. 149-154.
- Bueno, O., Colyvan, M. (2011). An inferential Conception of the Application of Mathematics. *Nous*, Vol. 45, No.2. pp.345-374.
- Díaz, P., Jasso, J. (2014). *Problemas contemporáneos de filosofía*. 1ª. Ed. México. Universidad Autónoma de la Ciudad de México.
- Hartry, F. (1980). *Science without numbers*. Oxford University Press.



Kristina Armitage
Behance, 2022.



Kristina Armitage
Behance, 2022.

A propósito de “Abandonando el no lugar”, de Daniel Cruz¹



José Daniel Piñón Cuenca

josedaniel.pinon@cch.unam.mx



Resumen

En este escrito hablo acerca del pensamiento pitagórico y la relación del descubrimiento de los números “irracionales” con la prohibición, con el posterior castigo a quien se atrevió a hacerlo público, más allá de los miembros de la *secta* que seguía al filósofo Pitágoras. Hago una comparación entre la actitud de este grupo de individuos con la de los matemáticos y científicos modernos en general, poniendo atención en actitudes dogmáticas en ambos grupos. Todo lo anterior, lo hago siguiendo las reflexiones de Daniel Cruz, autor del artículo “Abandonando el no lugar”, publicado en *Pulso Académico* en 2017.

I

He leído el breve y contundente ensayo “Abandonando el no lugar” de mi colega Daniel Cruz. Después de la lectura, no pude hacer otra cosa que sonreír y congratularme de que en un área como la Matemática haya profesores que gusten de compartir sus ideas y sus conocimientos, allende lo propiamente matemático, y de escribir textos con claridad para ser entendidos, más allá de sus clases, que estoy seguro no carecen de la misma. También me alegré por la referencia al primero de los que, según las fuentes, utilizaron el nombre de *philosophos*: Pitágoras.

Pitágoras es un personaje conocido como uno de los primeros matemáticos en la historia occidental, o por lo menos como el motivo de la fundación de una doctrina medio religiosa y medio científica con la creencia o la certeza de que “todo es número”. La figura de Pitágoras es considerada no sólo como un antecedente ya superado de lo que vino con posterioridad en las ciencias y en el conocimiento

1. Cruz, D. (2017). “Abandonando el No-Lugar”, *Pulso Académico*, Núm. 8, CCH N, pp. 36-37.



humano, sino como alguien que, de alguna manera y dentro de sus propios límites, se esmeró por dar respuesta a las preguntas más fundamentales de las que pueden surgir a todo ser humano.

“Todo es número” era la respuesta pitagórica a la pregunta clásica de los filósofos de la naturaleza (*physiologoi*). Por supuesto, tal afirmación no debe ser entendida dentro del contexto de la ciencia matemática moderna; para los pitagóricos, la totalidad de las cosas que conforman el *kosmos* son número por dos razones: 1) porque todo es contable (los números, antes que abstracciones utilizadas para realizar operaciones mentales de todo tipo, son aquellos que nos permiten contar y, en ese sentido, no existen más allá de las cosas contadas); y 2) cada uno de los números simboliza alguna cualidad o característica, la cual se encontrará en los grupos de cosas que pertenezcan a conjuntos correspondientes a cada uno de aquellos.

Esto último, además de las costumbres, las reglas y ritos que los pitagóricos tenían, es lo que lleva a considerarlos como una especie de secta religiosa, y lo que se suele dejar de lado de lo “científico” de su discurso. Sin embargo, es probable que eso respondiera a razones de mayor profundidad que aquella con la que solemos hoy en día juzgar a todo lo que parezca religioso o mítico. Sobra decir que nosotros, habitantes del siglo XXI, consideramos, además de falsa (de acuerdo con criterios científicos), supersticiosa a toda manifestación misteriosa o fantasiosa que pretenda referirse a la explicación de alguna verdad mundana, por inexplicable. Antes que se piense otra cosa, debo decir que yo no busco contradecir esto, pues sería absurdo ser un profesor serio y creer en la verdad de cualquiera de esas cosas, por lo menos de la misma manera que reconozco la verdad científica o matemática.

No obstante, a lo que sí me aventuro es a sugerir las implicaciones del pitagorismo, más allá de los descubrimientos matemáticos, entre los que se encuentra obviamente su famoso teorema referente a los triángulos rectángulos. Lo que sigue son solamente implicaciones, que pueden pasar desapercibidas cotidianamente, pero que responden a una motivación filosófica y sin afán de



Kristina Armitage
Behance, 2022.

descalificar a nadie ni a ninguna ciencia o teoría. Como se sabe, el descubrimiento de la inconmensurabilidad de la diagonal y de otros números como el amigable π o el bello ϕ significarían un gran avance en el conocimiento matemático posterior (o de acuerdo con criterios científicos posteriores); los pitagóricos, sin embargo, pusieron particular empeño en prohibir la divulgación de estos hallazgos. Cabe ahora preguntarse: ¿acaso tal prohibición es algo contrario a la razón?

II

Si nos apegamos al supuesto cartesiano de que la razón es la cualidad mejor distribuida entre los seres humanos, y al baconiano de que el conocimiento científico debe estar al servicio de la humanidad; además del supuesto ilustrado (y de la UNAM) que los conjunta a ambos, de que todos los seres humanos tenemos derecho a una educación científica para estar al servicio de la patria (y de la *humanidad*), entonces la respuesta a la pregunta del párrafo anterior no puede ser sino afirmativa. Pero tal vez, si somos un poco más agudos en nuestra consideración, descubramos que los tres supuestos: el cartesiano, el baconiano, y el ilustrado no son otra cosa que axiomas que pretenden erigirse como incuestionables, análogos a las reglas pitagóricas, y sin cuya validez asumida *a priori*, la mayoría de los conocimientos que se derivan de la ciencia que de ahí arranca no serían válidos o, peor aún, no serían necesariamente verdaderos.

Lo que quiero decir es que, quizás los pitagóricos prohibían la divulgación de saberes que fueran en contra de la racionalidad de su comprensión del mundo (de que *todo* podía ser cuantificado o matematizado en números enteros, racionales), para mantener a su sociedad en una comprensión cabal del mundo, no problemática. Tal vez los pitagóricos sabían que introducir la “irracionalidad” de algunas cantidades² solamente mostraría las limitaciones propias de la razón humana, para comprender la verdad de las cosas que conformaban un mundo completo, limitado y cuidado por los dioses.

2. Cuyo número, por cierto, es necesariamente mayor a la de los números racionales, pues hay una infinidad de cifras entre cada uno de los números enteros, lo cual implicaría que hay una infinidad de infinitos.

En otras palabras, es probable que los pitagóricos supieran que hay cantidades en contra de la comprensión general de los seres humanos, o que la superan, y difundirlos implicaría ir en contra de esos seres humanos, pues significaría la indeterminación de toda verdad, de lo cual se podría esperar cualquier cosa. ¿Qué vida es preferible: una vida indeterminada y sujeta siempre al azar, o una vida tranquila y llevadera? Tal parece que, actualmente, no todos estamos seguros de cuál sea la respuesta. Cada quien, entonces, debería elegir qué creer y qué dejar en manos de alguien más, lo que ha pasado siempre, por cierto.



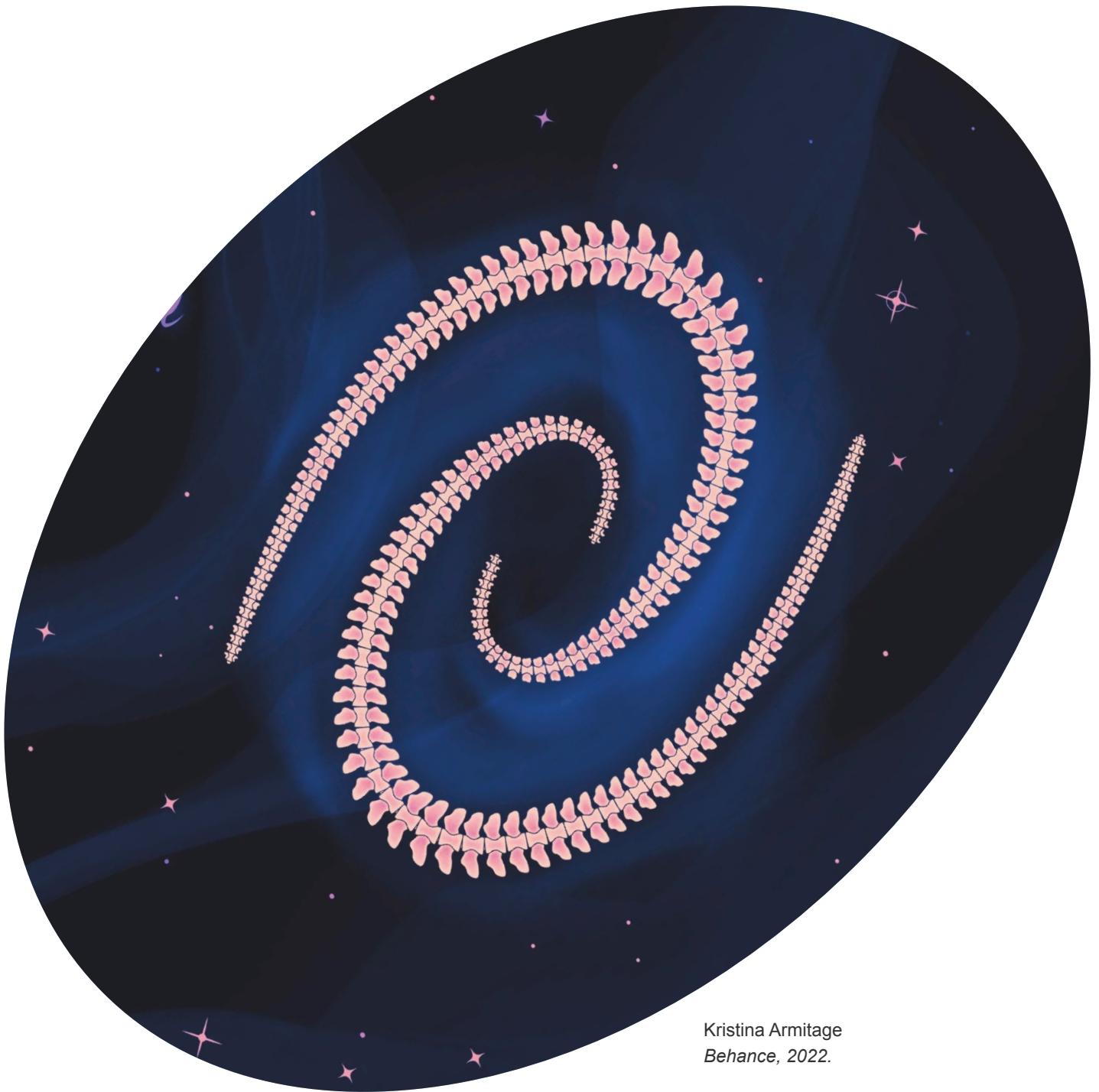
Como corolario, tal vez la angustia existencial ante el devenir absoluto de lo existente, y ante la inminencia de la muerte y la destrucción natural de todo lo que es, no es otra cosa que una consecuencia necesaria, o por lo menos no inesperada, del desarrollo de las verdades “irracionales”, es decir, que van más allá de los principios que sustentan un paradigma determinado, que se aparecen en todas las ciencias en un momento determinado (como los trabajos de Hilbert y de Gödel pueden demostrar en matemáticas, o los de Heisenberg y Einstein en la Física clásica).

Tal vez, entonces, mejor sea confiar en la bondad de Descartes, de Bacon, de los Ilustrados y de todos los científicos a partir de la modernidad y pensar que “la verdad nos hará libres”, en efecto, y que esto es bueno. Lo anterior sin olvidar que los pitagóricos hacían algo semejante al confiar en sus propios dogmas y creerlos verdaderos, lo cual quiere decir que, no obstante nuestro desarrollo científico y técnico o tecnológico, seguimos comportándonos como una secta, con reglas estrictas acerca de qué divulgar y qué no divulgar.³ 🌀

BIBLIOGRAFÍA:

Cruz, D. (2017). “Abandonando el No-Lugar”, *Pulso Académico*, Núm. 8, CCH N, pp. 36-37

3. He de decir que lo escrito aquí no pretende ir en contra del conocimiento matemático ni científico, sino simplemente anunciar que quizás nunca hay que asumir sin cuestionar que todo conocimiento científico es bueno por sí mismo, sino que siempre puede ser utilizado en beneficio o en perjuicio de las personas. Ejemplos de eso plagan la historia occidental.



Kristina Armitage
Behance, 2022.



Kristina Armitage
Behance, 2022.

Sobre letras, números y filósofos



Brenda Tovar Amador

brenda.clasicas@gmail.com



Como son cinco las figuras sólidas -las llamadas también matemáticas-, Pitágoras afirma que del cubo se ha hecho la tierra; de la pirámide, el fuego; del octaedro, el aire, y del icosaedro, el agua, mientras que, del dodecaedro, la esfera del todo.¹

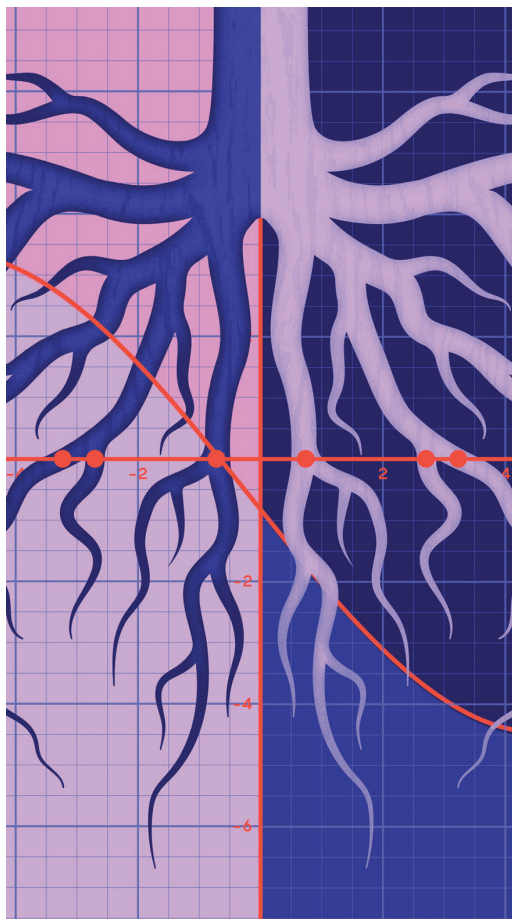


Parece imposible para muchos encontrar la relación entre las matemáticas y la filosofía, sin embargo, existieron en el mundo varios pensadores que demuestran todo lo contrario y son testigos de que ningún conocimiento humano es puro, sino que todo lo que conocemos es consecuencia de relaciones fascinantes entre áreas que creíamos irreconciliables. Por ello, en este breve texto expondré esas conexiones inesperadas en la figura de un gran pensador antiguo: Pitágoras, una figura muy importante en los anales de la antigua Grecia, quien forjó profundas conexiones entre la filosofía, la música y las matemáticas, estableciendo en última instancia su legado como un erudito cuyas ideas continúan resonando en la academia moderna.

I. Vida de Pitágoras

Nacido en la isla de Samos alrededor del año 570 a.C., Pitágoras se convirtió a temprana edad en aprendiz de grandes pensadores mediterráneos como Ferécides de Siros, Tales de Mileto y Anaximandro, convirtiéndose al final en discípulo de este último. Durante su tiempo con Anaximandro, sus estudios giraron alrededor de la geometría, la astronomía y la aritmética, asimismo, se instruyó en la teoría de su mentor, quien concebía que toda creación se debía al movimiento de lo infinito y la generación de los contrarios como el frío y el calor o lo seco y lo húmedo. La gran curiosidad del samio lo llevó a seguir estudiando en Egipto, donde al ser rechazado

1. AECIO, *Opiniones de los filósofos*, 2.6.5 (44A 15). Traducción de Alberto Bernabé.



Kristina Armitage
Behance, 2022.

tanto en los templos de las ciudades de Amasis como en Menfis encontró una oportunidad en Dióspolis. La ciudad rendía culto a la diosa protectora de los ritos funerarios Neftis y se caracterizaba por la formación musical rigurosa de sus sacerdotes, en este ambiente destacó el joven Pitágoras convirtiéndose en un virtuoso músico que tocaba desde la lira hasta el sistro, el arpa curva y las flautas, incluso llegó a tener una formación en el canto religioso que seguramente lo acercó al culto de Hathor, diosa del canto, la música y la danza. Los estudios de Pitágoras se interrumpieron por la invasión del emperador persa Cambises y tras sobrevivir al asesinato de los sacerdotes de la ciudad fue llevado como esclavo a Babilonia. Ya en Babilonia tuvo contacto con las religiones judía y caldea, de esta última adquirió conocimientos de astrología y continuó con su estudio de la aritmética, ahora aplicada a la lectura de los movimientos de los planetas. Tiempo después, tras recuperar su libertad, retornó a Samos a fundar una nueva escuela para, finalmente, instalarse en Crotona donde creó un grupo religioso que tenía como premisa la inmortalidad del alma, una idea nueva para la cultura griega, y los números como la constitución de todas las cosas.

En este nuevo grupo religioso, Pitágoras instruía a sus compañeros en la idea del *kosmos* y la *harmonia*, ambos conceptos anteriores en la cultura griega, pero que adquirirían

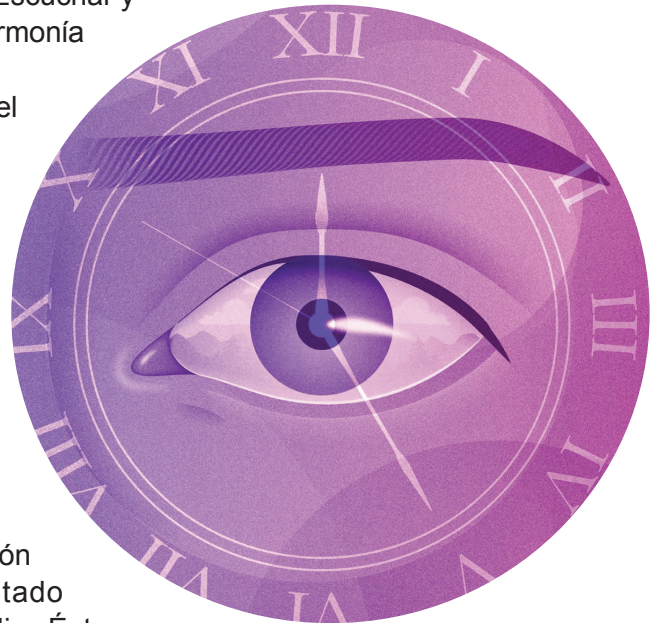
con Pitágoras un sentido diferente. Para el samio, *kosmos* ya no sería utilizado solamente para referirse a un universo ordenado donde todo funciona como debe, sino a un universo sujeto a leyes invariables y numéricas que pueden conocerse, asimismo, *harmonia* no sería sólo ajuste o acorde, sino el principio que unifica los opuestos de la naturaleza según el número y la proporción. Para el pensador, la mejor manera de transmitir ambos conceptos era la música, la cual dentro de su pensamiento ésta tenía un papel central para entender su universo numérico, es por ello que desarrolló la teoría de la armonía de las esferas, estudió los intervalos musicales e incluso inventó instrumentos que mostraran la relación entre la música, los números y la inmortalidad de alma.

II. La música de las esferas

La fascinación de Pitágoras por los números lo llevó a explorar cada aspecto que parecía estar influido por ellos y, por supuesto, la música se encontraba llena de estos. Es por esta razón que se dedicó durante mucho tiempo a estudiar las proporciones de las longitudes que las cuerdas vibrantes producían y resultaban en intervalos musicales armoniosos. Esta observación llevó a la idea de la “música de las esferas”, un concepto que sugiere que los cuerpos celestes emiten sonidos armoniosos a medida que se mueven por el espacio. Esta noción de armonía cósmica unía los cielos a la música terrenal, salvando la brecha entre el mundo físico y el metafísico.

La música de las esferas postulaba que cada cuerpo celeste, incluidos los planetas y las estrellas, emitían un sonido distinto y armonioso que a medida que avanzaban por los cielos creaban relaciones matemáticas que dan como resultado intervalos musicales consonantes. Este concepto entrelazaba los principios de las matemáticas y la música, sugiriendo que el cosmos mismo es una vasta orquesta celestial. Pitágoras creía que estas armonías celestes no eran arbitrarias, sino que estaban regidas por proporciones matemáticas precisas. Estas proporciones formaron la base de los intervalos musicales y se pensaba que reflejaban el orden y la simetría del universo. El concepto enfatizaba que el cosmos operaba según un plan intrincado y armonioso, reforzando la idea de que las matemáticas y la música tenían la clave para comprender la naturaleza fundamental de la realidad. Tanto Pitágoras como sus discípulos creían que el estudio de la música de las esferas podría tener un impacto en el alma humana. Escuchar y comprender la armonía cósmica podría conducir a la armonía interior y la iluminación, idea central del pitagorismo.

Esta teoría dejó una huella indeleble en la historia del pensamiento humano. Filósofos y científicos de todos los tiempos, incluidos Platón y Johannes Kepler, se inspiraron en el concepto de Pitágoras. Kepler, en particular, estuvo fuertemente influenciado por la música de las esferas al formular sus leyes del movimiento planetario, lo que demuestra el legado perdurable de esta antigua idea en el desarrollo de la astronomía moderna.



Kristina Armitage
Behance, 2022.

III. El monocordio

Complementando su estudio de la música y su relación con los números, Pitágoras parece haber inventado un instrumento musical conocido como monocordio. Éste presumiblemente fue utilizado para investigar la relación matemática entre intervalos musicales. El monocordio era un instrumento sencillo que constaba de una sola cuerda tensada sobre una caja de resonancia, que, al alterar la longitud de la cuerda, mostraba las proporciones matemáticas que subyacen a la consonancia musical. Este enfoque práctico de la teoría musical sentó las bases para el estudio de la armonía tanto en música como en matemáticas.

IV. La filosofía de Pitágoras: La armonía del alma

Pitágoras creía que el estudio de las matemáticas y la música tenía un profundo impacto en el alma humana. Sostenía que, a través de estas disciplinas, los individuos podrían lograr la armonía interior y una comprensión más profunda del cosmos. El pitagorismo enfatizó la importancia del desarrollo ético y espiritual, vinculó la búsqueda del conocimiento con el carácter moral. La música no era sólo una forma de entretenimiento, sino una poderosa herramienta de transformación espiritual. Los pitagóricos postulaban que la esencia del alma podía revelarse a través de

la música, ya que las vibraciones y armonías de ésta reflejaban el funcionamiento interno del alma. La música, en este sentido, actuaba como un puente entre los reinos físico y espiritual. Para Pitágoras, la música tenía la capacidad de evocar profundas respuestas emocionales de tal forma que el individuo experimentaría una especie de purificación que fomentaría en aquel que se detuviera a escuchar y sentir cualidades como la empatía, la compasión y la integridad moral. Por el contrario, se pensaba que la música disonante o caótica alteraba la armonía del alma, provocando emociones negativas y discordia espiritual.

V. Conclusión

El legado de Pitágoras reside no sólo en su Teorema sino también en sus profundos conocimientos sobre la interconexión de la filosofía, la música y las matemáticas. Sus enseñanzas han influido en innumerables filósofos, matemáticos y músicos a lo largo de la historia, destacando la unidad intrínseca de estos campos aparentemente dispares. La creencia de Pitágoras en la armonía del cosmos y el alma humana sirve como un recordatorio eterno del poder del pensamiento interdisciplinario, recordándonos que la búsqueda del conocimiento se extiende mucho más allá de los límites de cualquier disciplina. En la armonía de estas tres actividades, Pitágoras encontró una sinfonía de comprensión que continúa resonando en los pasillos de la historia. 

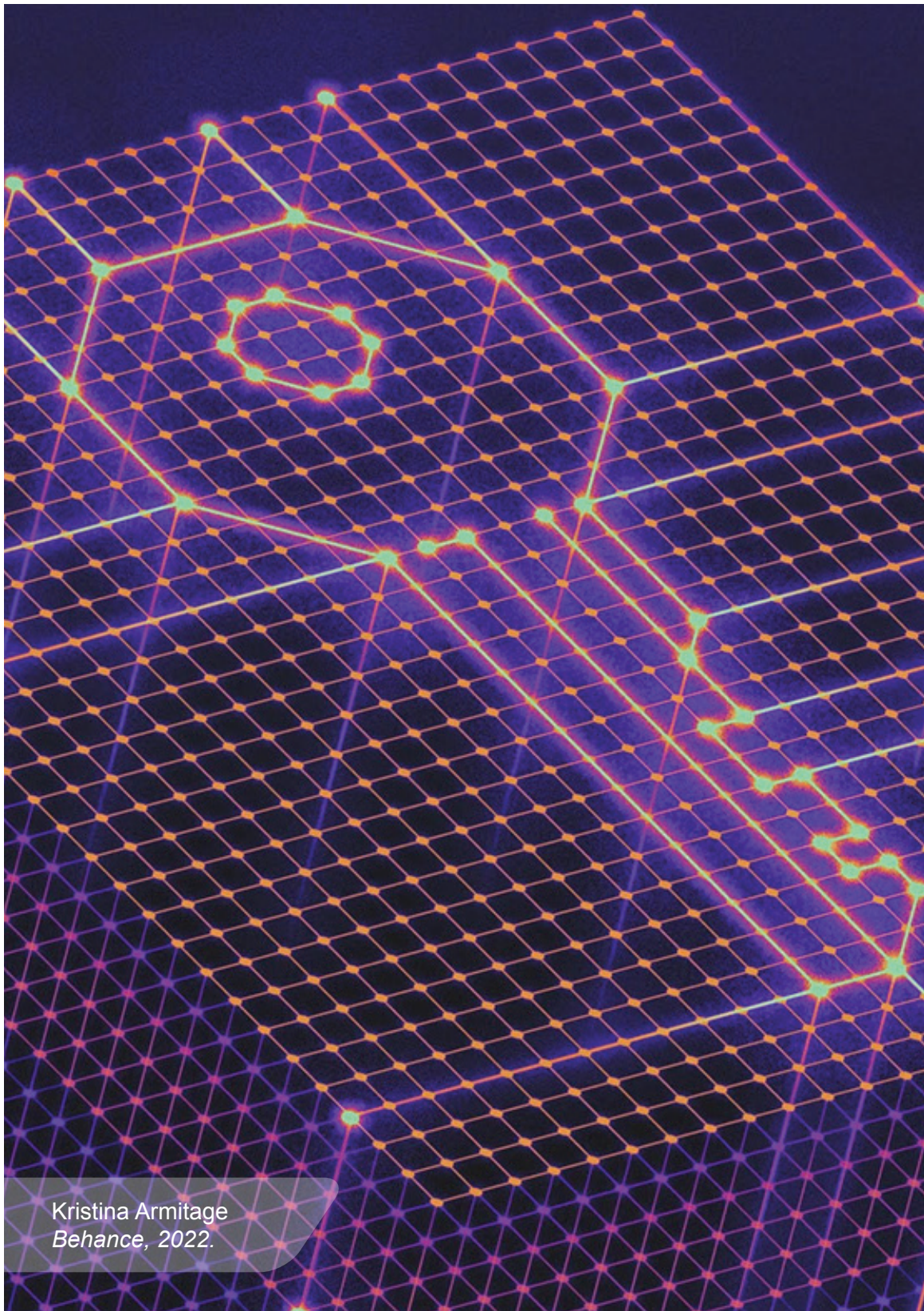
BIBLIOGRAFÍA

Libros

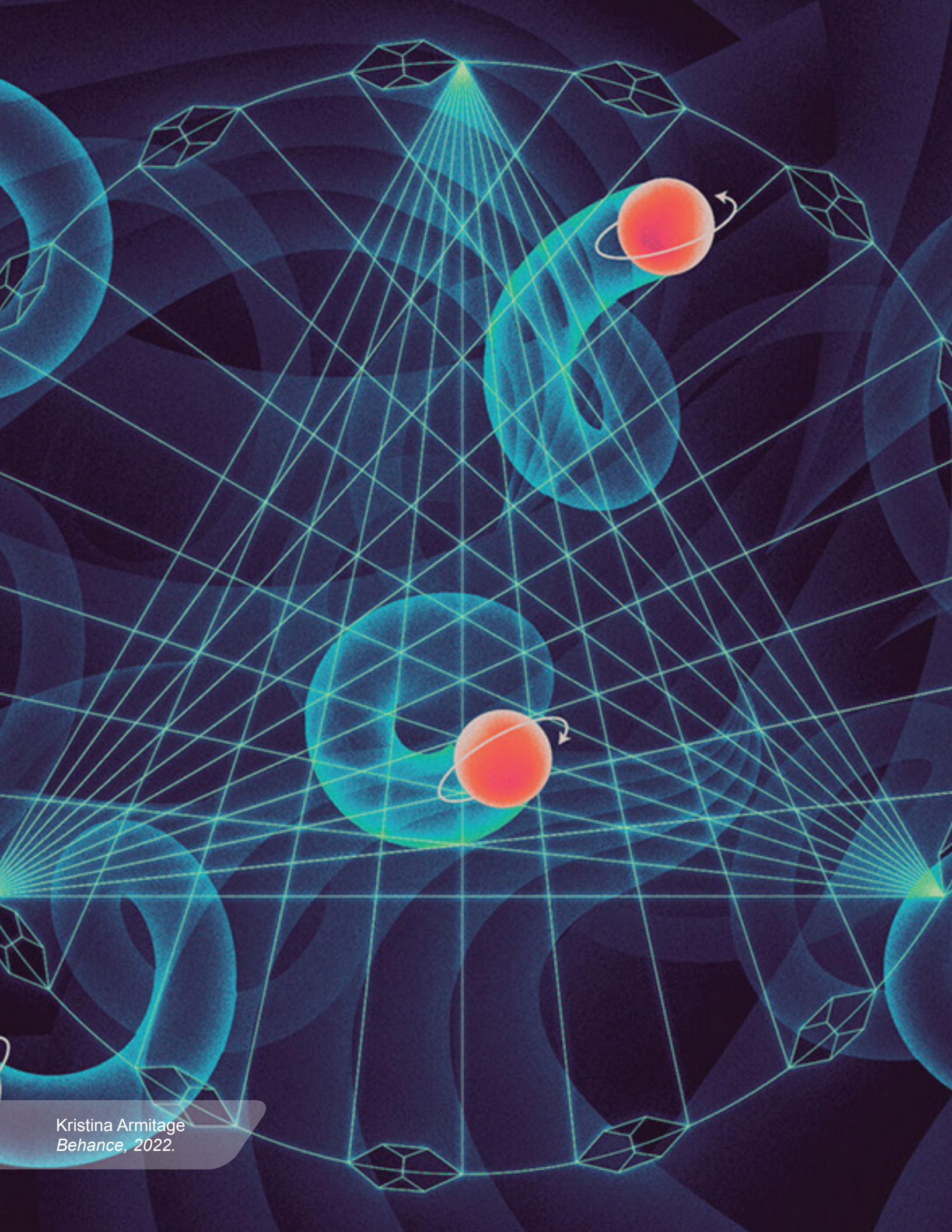
- Bernabé, Alberto. *Fragmentos presocráticos*. Alianza Editorial, 2016.
- Burkert, Walter. *Lore and Science in Ancient Pythagoreanism*. Harvard University Press, 1972.
- Hood, Edwin M. *The Pythagorean Philosophy and Its Influence on Mathematical Thinking and the Development of the Theory of Numbers*. Dover Publications, 1991.
- Cortés Cisneros, Óscar Andrés. *Historia de la filosofía de la música*. Palabra de Clio, 2007.
- Sachs, Curt. *The Rise of Music in the Ancient World: East and West*. W. W. Norton & Company, 1943.
- West, M. L. *Ancient Greek Music*. Oxford University Press, 1994.

Artículos especializados

- Barker, Andrew. "Greek Music and the Pythagoreans." *The Classical Quarterly*, vol. 24, no. 2, 1974, pp. 240-256.
- Huffman, Carl. "Pythagoras and the Pythagoreans." *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, 2017.
- Rusconi, Roberto. "The Pythagorean Comma, the Musica Mundana, and the Harmony of the Spheres." *Journal of the History of Ideas*, vol. 72, no. 3, 2011, pp. 333-355.



Kristina Armitage
Behance, 2022.



Kristina Armitage
Behance, 2022.

El jardín de los triángulos que susurran



El matemático de CCH

elmatematicodecch@cch.unam.mx

*Es el disco de Odín. Tiene un solo lado.
En la tierra no hay otra cosa que tenga un solo lado.
Mientras esté en mi mano seré el rey.*



"El disco" J.L. Borges

En 1941 Borges escribió un cuento que lleva por título "El jardín de los senderos que se bifurcan". En este relato de intriga y espionaje, uno de los personajes se impone la tarea de escribir un libro que sea, al mismo tiempo, un laberinto y un jardín en donde cada sendero elegido configura un nuevo destino.

Inspirados en semejante posibilidad, este semestre se ha inaugurado el tercer paseo matemático en nuestro plantel, elaborado con la herramienta *MathCityMap*, y que pretende ofrecer a los ceceacheros y ceceacheras las mismas dificultades y emociones que un laberinto. En las siguientes líneas, te platicamos en qué consiste este sendero y cómo puedes recorrerlo.

Triángulos que susurran

Cuando al gran matemático hindú, Ramanujan, se le interrogaba acerca de su método para hacer matemáticas, confesaba que las fórmulas por él conocidas le eran reveladas en sueños por la

←

El jardín de los triángulos que susurran

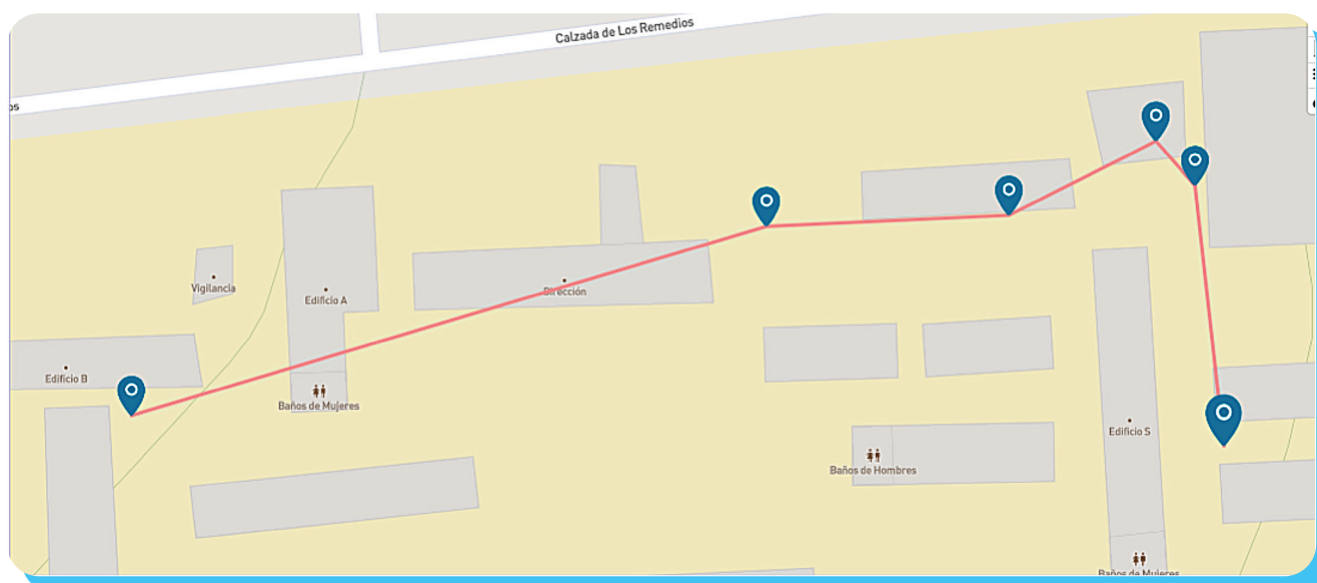
GRADO	X Piratas X	TAREAS
11	DURACIÓN	6
DISTAN...	~ 01 h 20 min	LONGIT...
146 m		~ 0.2 km

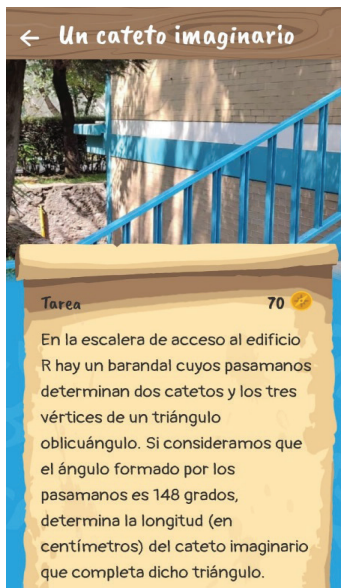
diosa protectora de su familia. Aunque hoy en día nos cueste trabajo tomar esta afirmación en sentido literal, en cierto sentido es verdad que los objetos matemáticos nos hablen y que el método del matemático que inspiró la película de *El hombre que conocía el infinito* no sea tan descabellado, pues es cierto que, al contemplar un problema, se despierta en nosotros una voz interior capaz de identificar la naturaleza de las entidades implicadas (conocidas o desconocidas), así como sus relaciones o procedimientos para generar una posible solución. Pero, ¿qué nos podría decir exactamente un triángulo cuando se le observa?

La respuesta que *El matemático de CCH* ha dado a esta pregunta es la siguiente: un triángulo descubierto por la mirada nos invita, a partir de datos susurrantes, a encontrar aquello que le falta, ya sea algún ángulo extraviado o la longitud de algún lado desconocido. Así como un sujeto intenta fincar una relación amorosa presentándose en falta, *El jardín de los triángulos que susurran* es un paseo matemático en el que los paseantes ayudarán a completar la falta de seis triángulos protagonistas. ¿Cuáles son las herramientas de las que podemos echar mano para este recorrido? Las 4 joyas triangulares: el teorema de Pitágoras, la ley de senos, las razones trigonométricas y la ley de cosenos.

Dónde hacer el reto

El tercer sendero matemático de CCH Naucalpan está diseñado en la zona norte del plantel. Para acceder a él es necesario descargar la aplicación de *Mathcitymap* en nuestro celular e introducir el código de acceso: **5617448**. Esto nos llevará al mapa exacto de los seis retos. Los progresos y puntajes ganados se irán guardando a medida que visites y resuelvas cada tarea. Recuerda que para contestar cada una de éstas es necesario llevar una cinta métrica, una libreta, calculadora y algunas fórmulas en la cabeza.





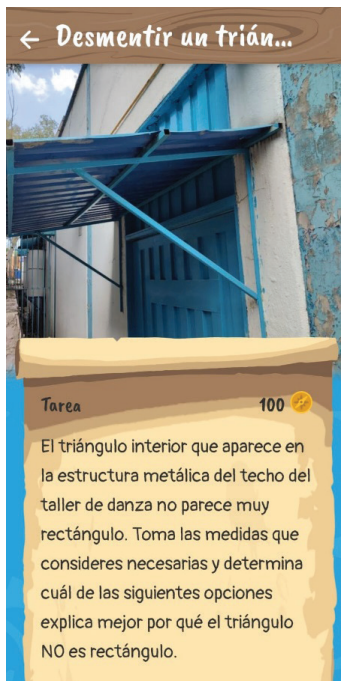
Si les parece, echemos un vistazo a las tareas que componen este recorrido.

Un cateto imaginario

No todos los triángulos tienen la cualidad de exhibir sus tres lados, basta con que se conozca la ubicación exacta de sus vértices. En este reto, los tres vértices de nuestro primer triángulo son las esquinas de un barandal. Dos de sus lados son perfectamente medibles; alguien ha medido el ángulo formado por estos, pero, ¿cómo saber la medida del tercer lado, si este es imaginario?

Desmentir un triángulo

No solo hay personas cuyo gusto es hacerse pasar por otra, también hay triángulos que a simple vista quieren fingir la rectitud de los triángulos rectángulos. Si únicamente es posible medir la longitud de los lados de un triángulo presunto-impostor, ¿cómo probar que no es rectángulo?

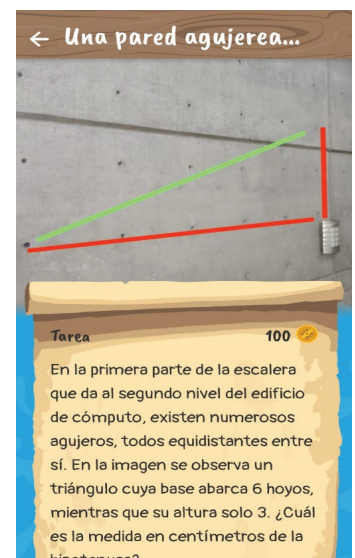
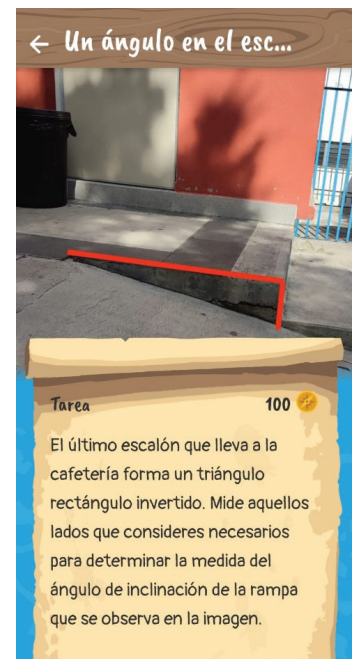


Un ángulo en el escalón

No tener a la mano un compás para medir ángulos nos puede meter en líos. Afortunadamente, si todo se mira bajo la óptica triangular, es posible medir la inclinación de casi cualquier cosa. ¿No lo crees?

Una pared agujereada

Pocas veces en la vida uno encuentra retículas que recreen los puntos del plano cartesiano. Lo malo de hallar esta representación sobre la pared es que algunos de estos puntos están lejísimos, pero la equidistancia es un buen aliado para seguir midiendo distancias, sin llegar a ellas.





En el columpio

Un columpio es, a veces, un ángulo que gira. ¿Cómo podemos medir, sin compás, qué tan abiertos están los barrotes de una estructura? ¿Qué herramienta poderosa nos permite, midiendo el contorno, conocer el interior de los triángulos?



Una cumbre inaccesible

Una técnica vieja para estimar alturas inaccesibles se apoya en la determinación de dos ángulos de visión y la distancia comprendida entre estos puntos de observación. Con esta sugerencia, podrán usarse las razones trigonométricas para hallar la altura de un punto escogido sobre una rampa en el colegio.🌀



Kristina Armitage
Behance, 2022.



Kristina Armitage
Behance, 2022.

Los números NO mienten: Apuéstale a la investigación



Ana Lydia Valdés

analydia.valdes@cch.unam.mx

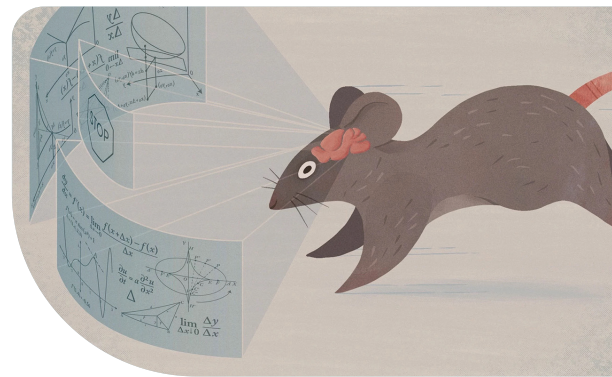


*El cecehachero es capaz de plantear
problemas prácticos que aporten
valor al conocimiento...*



Aquellos que desarrollan la tecnología y valoran la importancia del cambio no siempre comprenden la importancia de la investigación científica. El diseño de herramientas digitales y la innovación de proyectos que nos facilitan la vida son ejercicios cotidianos de los nativos digitales pero, insisto, hacen a un lado la investigación científica. “Investigar es algo innato, inherente al ser humano”, subraya Roberto Hernández Sampieri en su libro *Metodología de la Investigación*. Samperi destaca que la investigación facilita el proceso de aprendizaje y despierta la curiosidad en los estudiantes, sobre todo cuando los resultados del trabajo son significativos. Para la gran mayoría de las personas, el término “investigar” se escucha complejo y se asocia a genios o docentes entregados a los libros de tiempo completo. No obstante, un primer paso para atraer a los jóvenes hacia la investigación científica es el juego.

Cada año, el programa Jóvenes Hacia la Investigación en Humanidades y Ciencias Sociales (JHIHyCS) del CCH Naucalpan recibe novedosas propuestas de investigación que reflejan la realidad socioeconómica y cultural que viven los alumnos. Su entorno incide en la construcción de ideas creativas que abordan la problemática que los rodea con interesantes aportaciones a la investigación social. En el trayecto, los alumnos se despejan de mitos y falacias sociales y logran encontrar el camino a seguir en su carrera profesional. Así lo

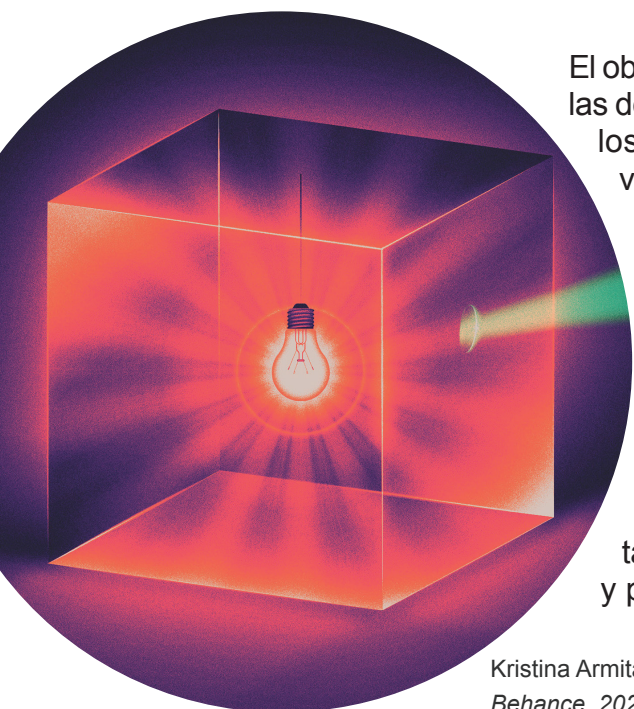


concibe, Jesús Nolasco Nájera, especialista politólogo y docente de CCH-N. “La investigación es la mejor herramienta para desarrollar o mejorar el conocimiento y permite comprender problemas específicos a través de los cuatro alcances de investigación: exploratorio, descriptivo, correlacional y explicativo”.

En este sentido, el programa JHIHyCS cumplió su cometido de acercar a los estudiantes a los investigadores y académicos que diariamente trabajan en los institutos, centros y facultades de la UNAM. Pese al encierro por la pandemia de COVID-19, el interés por la investigación se mantuvo en crecimiento en los cinco planteles. Se abordaron temas como: criptomonedas, el COVID y su incidencia el comportamiento social, los libros impresos frente a los libros digitales, el tinte de colores en el cabello de las y los alumnos, el efecto “cuarto año” sobre los adolescentes, el salario mínimo y sus alcances, así como feminismo, masculinidades, sextorsión y *phishing*.

CCH por plantel	Total de alumnos inscritos	Docentes asesores	Total de proyectos finalistas
Azcapotzalco	207	21	36
Naucalpan	283	21	23
Vallejo	39	5	26
Oriente	144	18	10
Sur	154	15	30
Total del programa	827	80	125

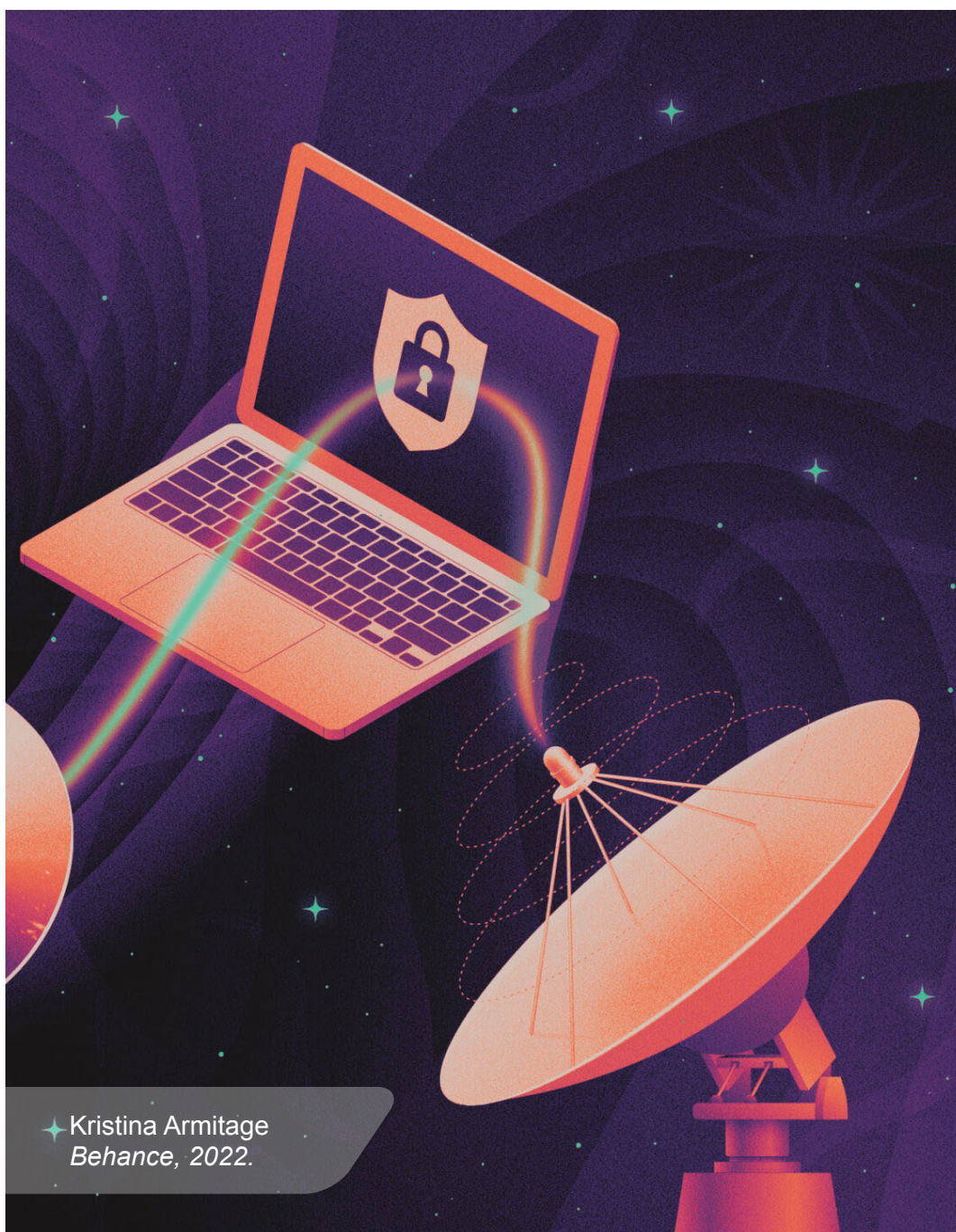
Fuente: Departamento de Difusión de la Ciencia del Colegio de Ciencias y Humanidades, UNAM.
Ciclo escolar 2022-2023



El objetivo principal del trabajo de investigación fue desarrollar las destrezas de los alumnos mediante el juego fortaleciendo los procesos de interaprendizaje. El encierro tuvo sus ventajas; entre ellas la investigación interactiva que hasta entonces no había sido abordada en la academia. Si bien museos como El MIDE, Universum o el Museo de la Luz, todos en Ciudad de México, promueven este tipo de aprendizaje, pocos docentes lo tomaban en cuenta en las aulas cecehacheras.

El programa JHIHyCS en el plantel Naucalpan promovió la gamificación o el aprendizaje basado en juegos y se logró que los participantes potenciaron el desarrollo de habilidades. En tiempos de pandemia también se abordó la investigación interactiva a distancia y predominó la modalidad en equipo.

Al final de cada ciclo escolar, los potenciales investigadores del futuro exponen sus ideas y aprenden de sus pares. El comportamiento de los participantes responde a dinámicas distintas según cada Plantel. En CCH Naucalpan, el docente asesor se convierte en un integrante más del equipo y logra empatía con los alumnos. De esta manera, el alumno se lleva una grata experiencia sobre el ejercicio de investigación, mismo que se convierte en antesala de investigaciones de nivel posgrado. 🌀





Kristina Armitage
Behance, 2022.

Problemas



Florencio Vera Butanda

florencio_vb@hotmail.com

En este número, dedicamos la sección de problemas a las funciones polinomiales y a la geometría. Esperamos que los disfrutes.

1. José pregunta a su abuelo: “¿cuántos años tienes?”, a lo cual el abuelo respondió “varios, pero si quieres saber la cantidad exacta es necesario considerar el doble del producto de las raíces enteras del polinomio:

$$x^5 - 13x^4 + 45x^3 - 9x^2 - 94x + 70$$

¿Qué edad tiene el abuelo de José?

2. ¿Qué base debe tener el sistema de numeración para que la representación del número 4380 en dicho sistema sea 10434 ?
3. Sea x y y números reales con $x+y=1$ y $(x^2+y^2)(y^3+y^3)=12$. ¿Cuál es el valor de x^2+y^2 ?
4. Encuentre todos los valores reales de x^2+y^2 para los cuales $(\log x^2)^2 + \log x^2 = 2$.
5. Los puntos X y Y se encuentran en los lados BC y CD y del cuadrado $ABCD$ respectivamente. Los segmentos XY, AX y AY tienen longitudes $3, 4$ y 5 . Determine la longitud del lado del cuadrado.

Respuestas al número anterior:

1. Si $f(x)$ es lineal, tiene la forma $f(x)=ax+b$. Se sabe que $f(6)-f(2)=12$. Entonces $f(6)=6a+b$, mientras que, $f(2)=2a+b$.
2. Entonces, $f(6)-f(2)=4a=12$. De lo que se deduce que $a=3$.
3. La situación se describe así: $L^3-L=L+L^2$. Factorizando, queda: $L(L-2)(L+1)=0$. Por lo que $L=2$.
4. Las raíces del polinomio son; $6, 8, \sqrt{5}, -\sqrt{5}$. El producto es -240 . Ninguno de los hijos ha nacido: $-2, -4$ y -5 años.
5. Se escriben las raíces de esta forma: $(x-n-1)(x-n)(x-n+1)$.
6. Queda: $x^3-3nx^2+(3n^2-1)x-n^3+n$. De modo que $-3n=-6$. Por tanto, $n=2$.



Escribe al buzón matemático



revistasabermatematico@gmail.com

Buzón matemático

Álgebra e imaginación



Erick Gerson Páez Villafuerte

paezerick616@gmail.com



Si $a+b+c=1$ y $bc=a^2-a+1$, encontrar el valor de $ab+bc+ac$.

Este problema luce muy pequeño y alude al álgebra básica, pero puede confundir al más avanzado si no se tiene imaginación.

Muchas veces la respuesta está frente a nuestros ojos y no lo vemos, provocando que nos compliquemos aún más.

La escuela nos enseña que el álgebra son solo despejes y sustituciones, sin embargo, no es así. Sin una mente abierta a la imaginación y a la creatividad nos volveríamos un rebaño de ovejas.

Sin más, mi solución al problema es la siguiente:

Despejemos "b" de $a+b+c=1$

$$b=1-a-c$$

Ahora, la expresión $bc=a^2-a+1$, forma parte de la expresión solicitada.

Llamemos x a la expresión $b+bc+ac$.

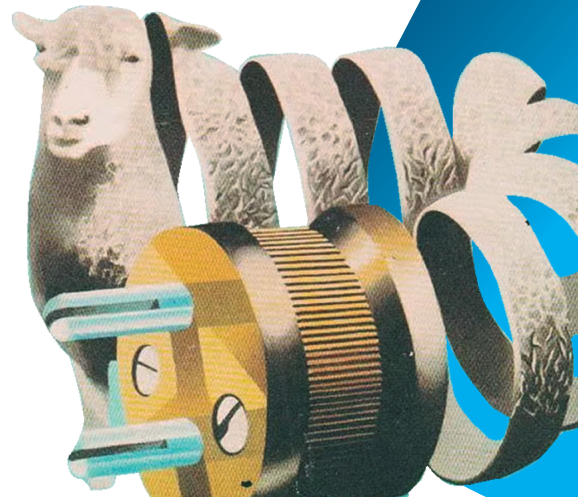
Entonces,

$$x=a(1-a-c)+a^2-a+1+ac$$

$$x=a-a^2-ac+a^2-a+1+ac$$

Al simplificar, obtenemos que $x=1$.

El álgebra solo es difícil **sin imaginación.**



Invitan a todos los docentes de la Escuela Nacional Colegio de Ciencias y Humanidades, académicos universitarios y estudiantes a participar en la siguiente:

CONVOCATORIA del:

5º número de la revista *Saber Matemático*,
cuyo eje guía será:

Matemáticas y la literatura dos sustancias miscibles.

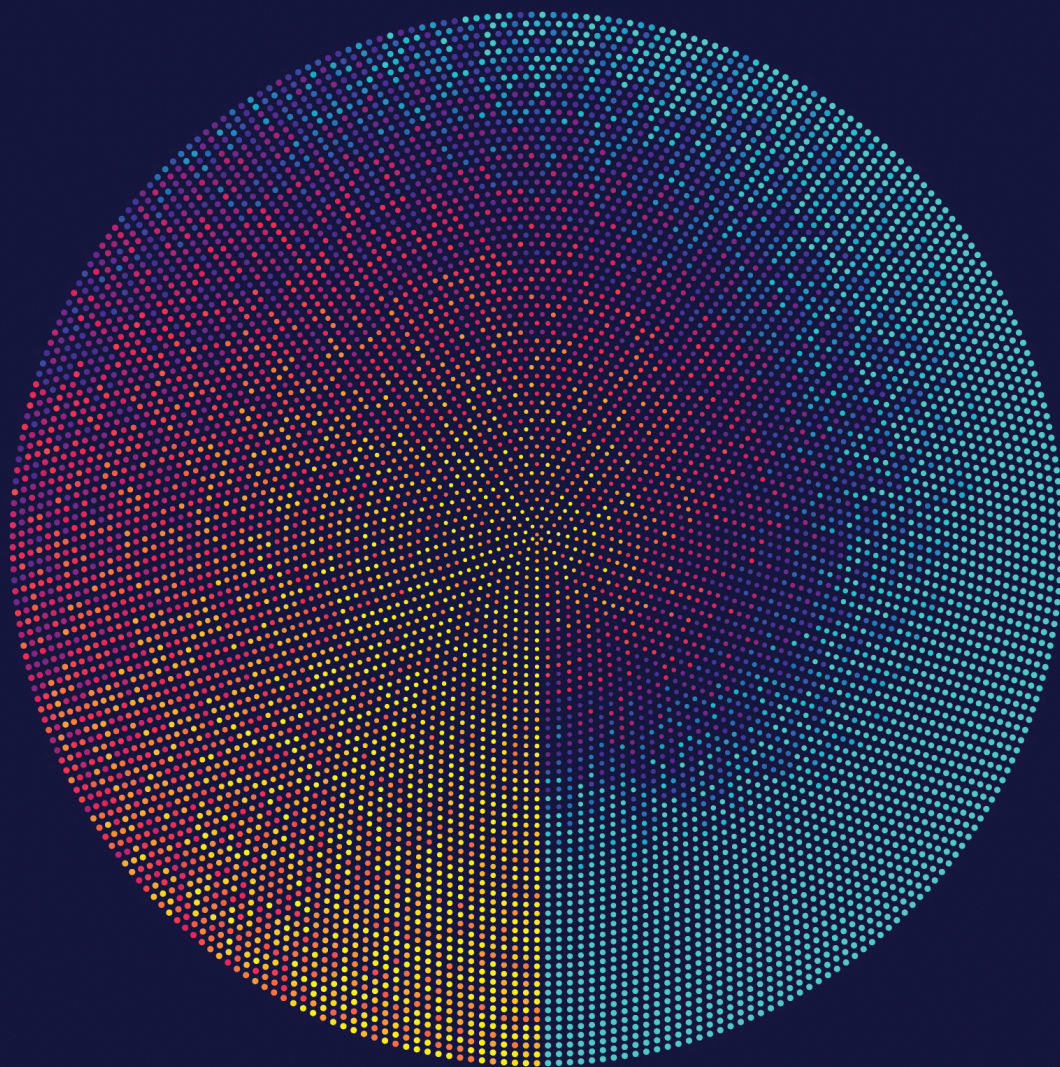
Algunos subtemas de interés son:

- Ficción y Matemáticas • Interpretaciones matemáticas de obras clásicas y contemporáneas • La literatura como apoyo para los programas de matemáticas en el CCH • Poesía matemática • El papel de la matemática en la creación literaria • La metodología OULIPO.

Los participantes podrán contribuir con **artículos de divulgación, ensayos, discusiones, propuestas pedagógicas para el aula, biografías, resolución de problemas o reseñas.**

Los textos recibidos serán sometidos a dictaminación y **deberán contar con las siguientes características:**

- La extensión de los escritos es de **2 a 6 cuartillas**, Se aceptará una extensión mayor en los casos que el comité editorial lo considere pertinente.
- Los textos deben estar escritos en Word, fuente Times New Roman 12 puntos e interlineado 1.5 y **referencias en formato APA.**
- Todos los textos deben ser **inéditos y dirigidos a estudiantes y académicos del Colegio.** La dictaminación se llevará a cabo en un plazo no mayor a 30 días posteriores a la recepción.
- Los trabajos serán enviados al correo **josuedavid.sanchez@cch.unam.mx**, con atención al profesor David Sánchez. Se deberá incluir un resumen del trabajo escrito no mayor a 10 líneas y una síntesis curricular que no exceda las 5 líneas.
- La fecha límite de recepción de trabajos es el **29 de abril de 2024.**



Revista *Saber Matemático*, Núm. 4 es una
publicación digital editada y formada en
el Colegio de Ciencias y Humanidades
Plantel Naucalpan, febrero 2024.

