



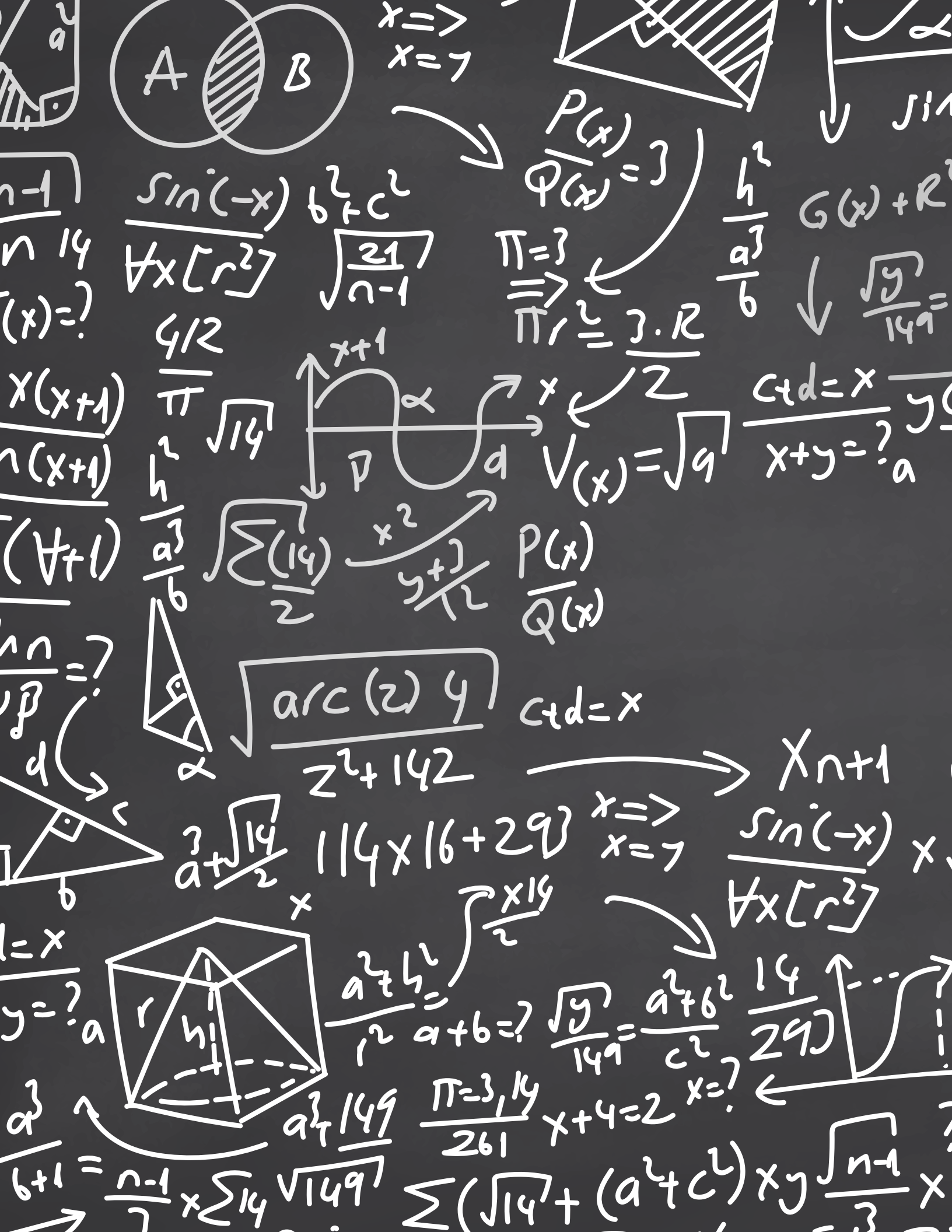
CCH Naucalpan

Saber Matemático

Número 2 · Marzo 2022 · Jefatura de Sección del Área de Matemáticas y Coordinación de Biblioteca

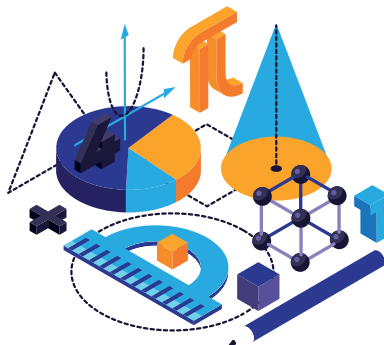


Las matemáticas y el arte



Saber Matemático

Las matemáticas y el arte





UNAM

Dr. Enrique Graue Wiechers
Rector
Dr. Leonardo Lomeli Vanegas
Secretario General
Dr. Alfredo Sánchez Castañeda
Abogado General
Dr. Luis Álvarez Icaza Longoria
Secretario Administrativo
Dr. Alberto Ken Oyama Nakagawa
Secretario de Desarrollo Institucional
Lic. Raúl Arcenio Aguilar Tamayo
Secretario de Prevención, Atención y Seguridad Universitaria
Mtro. Néstor Martínez Cristo
Director General de Comunicación Social



CCH

Dr. Benjamín Barajas Sánchez
Director General
Mtra. Silvia Velasco Ruiz
Secretaria general
Lic. Rocío Carrillo Camargo
Secretaria Administrativa
Lic. María Elena Juárez Sánchez
Secretaria Académica
Mtra. Martha Patricia López Abundio
Secretaria de Servicios de Apoyo al Aprendizaje
Lic. Miguel Ortega del Valle
Secretario De Planeación
Lic. Mayra Monsalvo Carmona
Secretaria Estudiantil
Lic. Gema Góngora Jaramillo
Secretaria de Programas Institucionales
Lic. Héctor Baca Espinoza
Secretario de Comunicación Institucional
Ing. Armando Rodríguez Arguijo
Secretario de Informática



Plantel Naucalpan

Mtro. Keshava Rolando Quintanar Cano
Director
Mtra. Verónica Berenice Ruiz Melgarejo
Secretaria General
Lic. Damián Feltrín Rodríguez
Secretario Académico
Mtra. Teresa de Jesús Sánchez Serrano
Secretaria Administrativa
Mtra. Angélica Garcilazo Galnares
Secretaria Docente
Lic. Mireya A. Cruz Reséndiz
Secretaria de Atención a la Comunidad
Biól. Guadalupe Hurtado García
Secretaria de Servicios Estudiantiles
I. Q. Carmen Tenorio Chavez
Secretaria Técnica del SILADIN
Lic. María Guadalupe Sánchez Chávez
Secretaria de Administración Escolar
Lic. Miguel Zamora Calderilla
Srio. de Apoyo al Aprendizaje y Cómputo
Lic. Isaac H. Hernández Hernández
Secretario de Arte y Cultura
Lic. María Guadalupe Peña Tapia
Jefa de la Unidad Jurídica
L.D.G. Reyna I. Valencia López
Coordinadora de Gestión y Planeación



Saber Matemático

Comité Editorial

Sandra Verónica Roldán Meneses
Josué David Sánchez Hernández
José Alberto Hernández Luna
Isabel Alcántara Carbajal

Diseño Editorial

Reyna I. Valencia López
Zaira Suárez Reyes

Artes

Cristo Rey Policarpo Martínez



Contenido

Presentación	4
Editorial	7
Las vocales, Escher y una que otra geometría maldita	8
Biofísica y física biológica de los sistemas complejos	14
Djent, el nuevo género del heavy metal con aspiraciones científico-matemáticas	20
Argos Panoptes, Dido y las matemáticas	26
Curvas famosas y viejos problemas: La cisoide de Diocles	32
La tortuga de GeoGebra en el arte	36
Biografías: La joya femenina de Alejandría	42
Problemas	46



Presentación

Día con día, en la vida académica del Colegio, los alumnos construyen su pensamiento matemático, aspecto que está relacionado con el ser humano mucho más de lo que podemos imaginar; sin embargo, en nuestro proyecto editorial era necesario un espacio para reflexionar, jugar y pensar con las Matemáticas. Por ello, resulta pertinente la propuesta de la revista *Saber matemático*, fundada por el Seminario de Profesores de Carrera del CCH Naucalpan y cuya continuidad ha quedado a cargo de la Coordinación de Biblioteca. A partir del presente número, su contenido se nutre con las colaboraciones de los docentes de todo el Colegio, así como de los autores y autoras invitados.

En esta ocasión, ha tocado explorar aquellos puntos mediante los cuales la matemática ha entrado en contacto con el ejercicio de la creación artística, en cualquiera de sus múltiples formas de expresión. Tal es el caso del texto con que abre este número, el cual, a partir de una analogía metodológica entre los lipogramas y la posición frente al quinto postulado de Euclides, permite rastrear el origen de los lienzos hiperbólicos usados por Escher para la composición de su Serie Circular. Continuando con esta línea, el segundo punto de encuentro atañe a la música. El Djent, un género del metal, primordialmente percutivo y que se caracteriza por su precisión virtuosa, constituye uno de los estilos musicales cuya peculiaridad recae en sus aspiraciones científico-matemáticas. Por si fuera poco, la mitología no escapa de la mira de las matemáticas, pues también encontramos en este número algunos problemas geométricos cuya inspiración está tomada de este género narrativo. Tal es el caso del problema isoperimétrico al que se enfrentó la princesa Dido y cuya solución posibilitó la fundación de la ciudad de Cartago, o bien, el problema abierto de la distribución de los n -puntos en la esfera, cuya formulación tiene su origen en el relato del gigante Argos.

De igual manera, “La tortuga de Geogebra” nos invita a confeccionar arreglos armoniosos, patrones visuales cuya esencia numérica y geométrica se puede aprovechar en el salón de clases. Aunado a la acostumbrada sección de retos matemáticos, esta entrega incluye una nueva sección, titulada “Curvas famosas



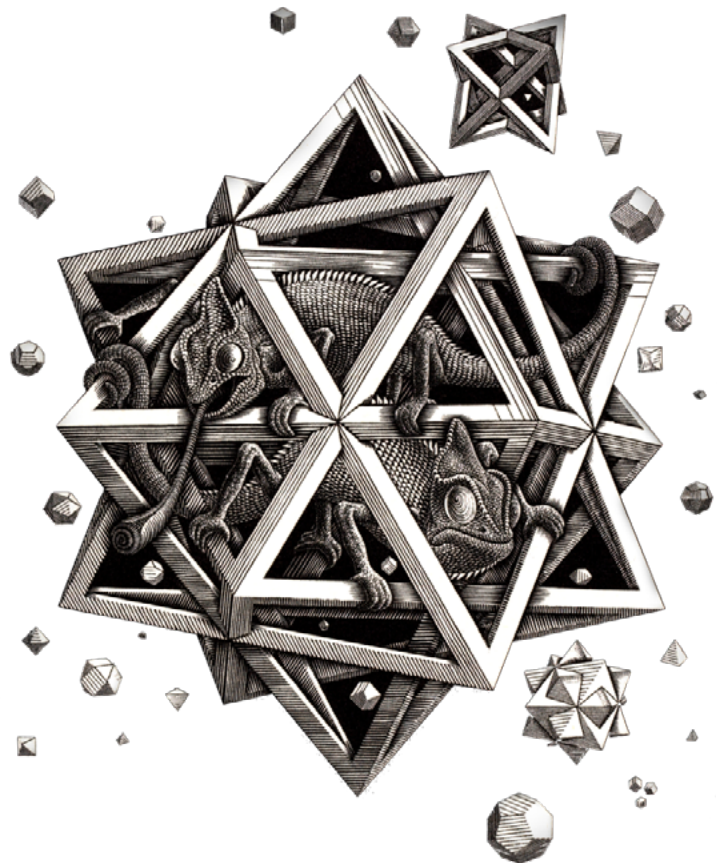
y viejos problemas”, que en este turno está dedicada a la célebre Cisoide, curva imperfecta implicada en la solución de uno de los problemas propuestos en la antigüedad por el Oráculo de Delfos. En “Biografías”, y con motivo de la celebración del día de la niña y la mujer en la ciencia, dedicamos un espacio a Hipatia, la joya de Alejandría.

Finalmente, nuestra autora invitada, reflexiona en torno a la distinción entre biofísica y física biológica. Además, ofrece un panorama de las ventajas que acarrea la integración de los sistemas complejos y las dinámicas no lineales, a la hora de tratar de responder a los problemas que la propia biología formula respecto a fenómenos tan intrincados y generales como lo es la pregunta por “la vida”.

Agradecemos a todas y todos los colaboradores, así como a los miembros del comité editorial Sandra Roldán Meneses, Alberto Hernández Luna e Isabel Alcántara Carbajal, por complementar el proyecto editorial del CCH Naucalpan con estos espacios de recreación y razonamiento.

Sean bienvenidos al número dos de la revista *Saber matemático*, un lugar para disfrutar de las revelaciones numéricas y hallar la ciencia matemática en cada uno de nuestros pasos. ☯

Mtro. Keshava R. Quintanar Cano
Director del CCH Naucalpan



Maurits Cornelis Escher



Editorial

Según un antiguo relato, el origen de las lenguas se explica por la temprana dispersión de un grupo de seres humanos que unieron sus esfuerzos para construir una torre que permitiera lanzarse a la conquista del cielo. En concordancia con este relato, el espíritu de la revista *Saber Matemático* supone la existencia de una lengua íntima que se mantuvo inalterada pese a la fatídica diáspora. Desde los orígenes de la humanidad y como recordatorio de una esencia común extraviada, la matemática no ha hecho sino repetir su lema ancestral: “me llamo mathema en todas las lenguas”.

Para ser reconocida, preservada y alimentada como lengua universal, en el Colegio de Ciencias y Humanidades la matemática debe ser leída, escrita y dicha por los estudiantes. Con este propósito, la revista de matemáticas del CCH Naucalpan lleva a los estudiantes las discusiones, ensayos, reseñas y retos que los docentes desean compartir con toda la comunidad.

Semestre a semestre, la revista se congratula con la presentación de un nuevo número. El Comité Editorial les invita a la descarga y lectura del volumen actual, esperando sea bien recibido por nuestra estimada comunidad.🌀

Mtro. Josué David Sánchez Hernández





Las vocales, Escher y una que otra geometría maldita



Josué David Sánchez Hernández.

Contacto: josuedavid.sanchez@cch.unam.mx

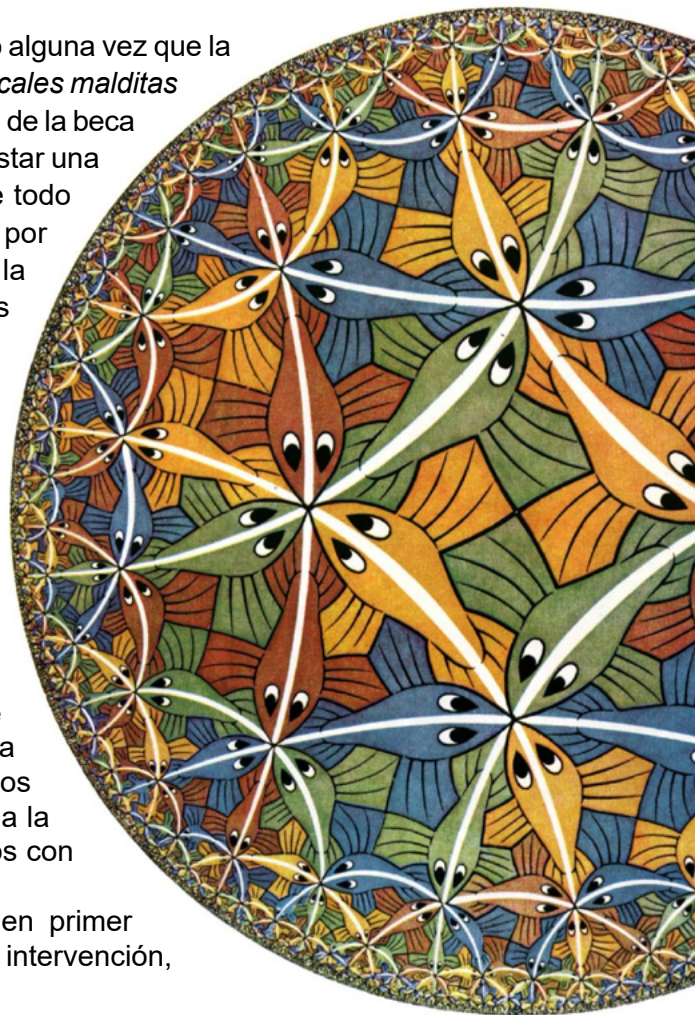


“Nada hará a la gran dama allá tras la casa clara, nada hará la larga para alzar la palabra, dará la daga halada callada la garganta, atraca la planta la máscara naranja”

El escritor mexicano, Óscar de la Borbolla comentó alguna vez que la idea de escribir un libro con la dificultad de *Las vocales malditas* nació gracias a un infeliz descuido: olvidar el cobro de la beca doctoral durante su estancia en España. Para contrarrestar una ruina económica cuya vigencia se mantendría durante todo el periodo vacacional, el despistado doctorando optó por escribir algunos poemas sentado en la banqueta de la Puerta del Sol y ofrecerlos a los transeúntes madrileños con la esperanza de recibir unas cuantas pesetas. Abrazado por el delirio de la inanición, recuerda haber garrapateado un soneto octosilábico y monovocálico. Es decir, una suerte de experimento literario cuya composición convocara palabras que en su escritura se limitaran al uso de una sola vocal. Gracias a esta obsesión, años después publicaría una colección de cinco relatos, cada uno de los cuales empleaba palabras que prescindían de cuatro vocales.

¿Cómo una rareza literaria de tales portentos nos encamina a discutir sobre temas matemáticos? La clave es metodológica. Negar cuatro y aceptar sólo una quinta vocal es un método literario opuesto al empleado por los matemáticos del siglo XX cuando decidieron lanzarse a la búsqueda de nuevas geometrías. ¿A qué nos referimos con esto?

Para explicar esta oposición lógica, recordemos en primer lugar que la geometría plana se construyó gracias a la intervención,



no de cinco vocales, pero sí a la de cinco postulados muy fáciles de memorizar y comprender: i) Dos puntos determinan un segmento de recta, ii) Los segmentos de recta se pueden extender infinitamente, iii) Dado un punto y un radio es posible construir una circunferencia, iv) Todos los ángulos rectos son iguales entre sí y v) Las rectas paralelas no se cortan entre sí.

Contrario al viejo refrán, en el contexto de la geometría euclidiana el quinto sí resultó ser un postulado bastante malo y huido. Para darlo a conocer, Euclides presentó una formulación, a tal grado enredosa, que muchos no vieron ahí una sentencia fundamental, como sucedió en el caso de sus cuatro antecesoras, pero sí algo más cercano a una deducción. Esto es, una proposición cuya verdad podía inferirse a partir de otras.



Y que si una recta al incidir sobre dos rectas hace los ángulos internos del mismo lado menores que dos ángulos rectos, las dos rectas prolongadas indefinidamente se encontrarán en el lado en el que están los ángulos menores que dos rectos.

Quinto postulado de Euclides, proposición lógicamente equivalente a la que garantiza la existencia de una única paralela a una recta dada y que pasa por un punto determinado.

Quinto postulado de Euclides, proposición lógicamente equivalente a la que garantiza la existencia de una única paralela a una recta dada y que pasa por un punto determinado.

Al pasar los siglos, no hubo matemática ni matemático que pudiera deducir el quinto postulado a partir de los primeros cuatro. En su defecto, hubo a quienes se les ocurrió la fantástica idea de construir sistemas geométricos que negaran el quinto postulado, con la condición de conservar la validez del resto, como si se optara por usar cuatro vocales y sustituir la quinta por otro carácter hasta entonces desconocido. Lo mejor de todo, es que esta nueva introducción era legítima, porque no producía contradicciones.

Esta suerte de lipograma lógico borbollano ofrecía dos caminos, dos maneras de negar que *las rectas paralelas nunca se cortan entre sí* en el plano euclidiano. Como veremos a continuación, una de estas vías dio origen a la geometría hiperbólica, cuya propuesta, por cierto, tuvo un gran representante en la pintura del siglo XX.

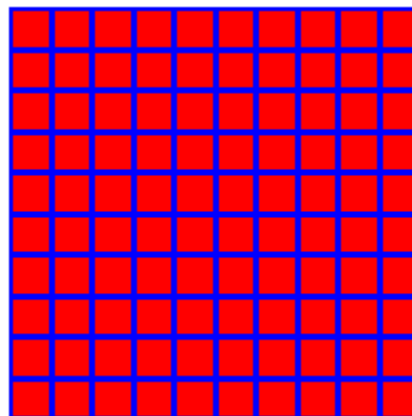
Límite circular de Escher

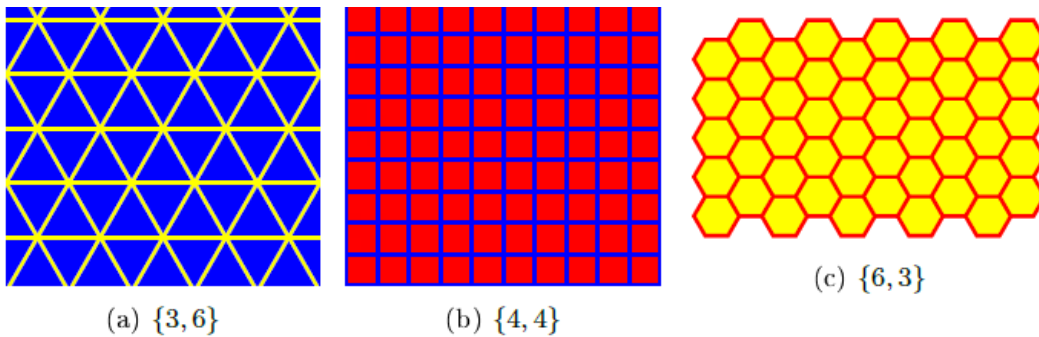
Maurits Cornelis Escher es, sin duda, el pintor cuya obra es más conocida y celebrada por los matemáticos. Resulta extraño que sus aportes hayan alcanzado el reconocimiento entre los expertos en geometría mucho antes que en los círculos artísticos. Sus composiciones imposibles, en las que conviven perspectivas completamente contrarias o donde se asoman desaforadas presentaciones del infinito, sorprenden no sólo por su técnica, sino por el hecho de que el gran pintor neerlandés

confesó ignorar los innovadores resultados de la naciente geometría hiperbólica de su época.

Por ejemplo, las bellas y enigmáticas composiciones pertenecientes a la serie *Límite circular* son clara muestra de la incidencia de la geometría en la creación artística. Para detallar algunos pormenores de esta serie, convendría recordar lo que es una *teselación*.

Teselar es imaginar el armado de un rompecabezas que cubra no sólo la mesa más grande de la casa, sino todo el plano euclidiano y, por si fuera poco, con la condición de usar





Las tres teselaciones regulares del plano usan polígonos cuyos ángulos interiores miden 60° , 90° y 120° , respectivamente.

piezas de la misma forma y del mismo tamaño. ¿Qué opciones se nos vienen a la mente para llevar a cabo esta tarea? El ejemplo más sencillo lo tenemos debajo de nuestros pies. Las piezas cuadradas que cubren nuestro piso llenarían sin problema una habitación de tamaño infinito, embonando perfectamente y sin dejar espacios vacíos. Un momento de reflexión nos permite deducir que las teselas triangular y hexagonal también cubren el plano, gracias a que la medida de sus ángulos interiores cabe enteramente en los de un ángulo perigonal.

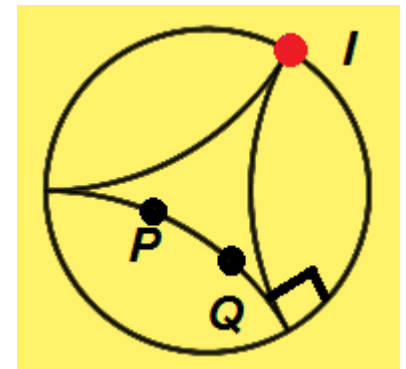
A las teselaciones anteriores se les llama *regulares*, ya que sus piezas son polígonos cuyas aristas miden lo mismo. Para mayor simplicidad, se les suele representar con una notación que involucra el número de vértices de la tesela (pieza del rompecabezas) y el número de aristas que llegan a cada vértice. Los tres ejemplos hasta ahora mencionados, se podría escribir de este modo: $\{3,6\}$, $\{4,4\}$ y $\{6,3\}$.

Claramente, en las composiciones de Escher las teselas usadas no son regulares, aunque repitan las mismas aves y los mismos peces. Sin embargo, la diferencia más notable entre las teselaciones regulares del plano y las de Escher, es el lugar donde ocurren. El disco que el pintor neerlandés usa como marco no es un círculo común y corriente, sino un modelo conocido como el *Disco de Poincaré*. Procedamos a describirlo.

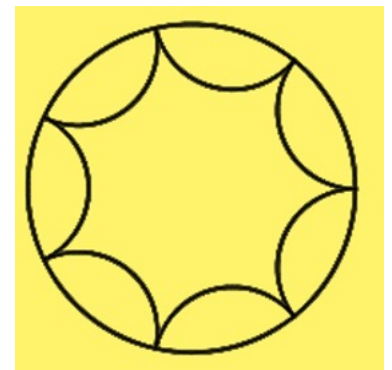
Todo cabe dentro de un disco

Para este momento, quizá el criterio euclidiano del lector confabule ya una réplica: en las dos piezas mostradas de Escher, el teselado se antoja tramposo, esto es, no luce como si fuera *monoedra*. En efecto, las teselas usadas en *Límite circular I* y *III* parecen hacerse más pequeñas a medida que nos alejamos del centro, rompiendo la regla de usar solamente piezas del mismo tamaño. Para desmentir esta impresión, sobra decir que en el interior del *Disco de Poincaré* se ha metido todo el plano infinito, gracias a una operación geométrica llamada *inversión* y que tiene ciertas repercusiones sobre los objetos que ahí se congregan. Dicho esto, en realidad todas las teselas de Escher son del mismo tamaño y se distribuyen sobre un horizonte circular, porque entre el centro y el borde del *Disco*, se tiene una distancia infinita.

Otro efecto de vivir dentro de un modelo hiperbólico es que los puntos se clasifican en dos familias: son *reales*, si están dentro del



Puntos reales y puntos ideales unidos por geodésicas en el modelo geométrico de Poincaré.

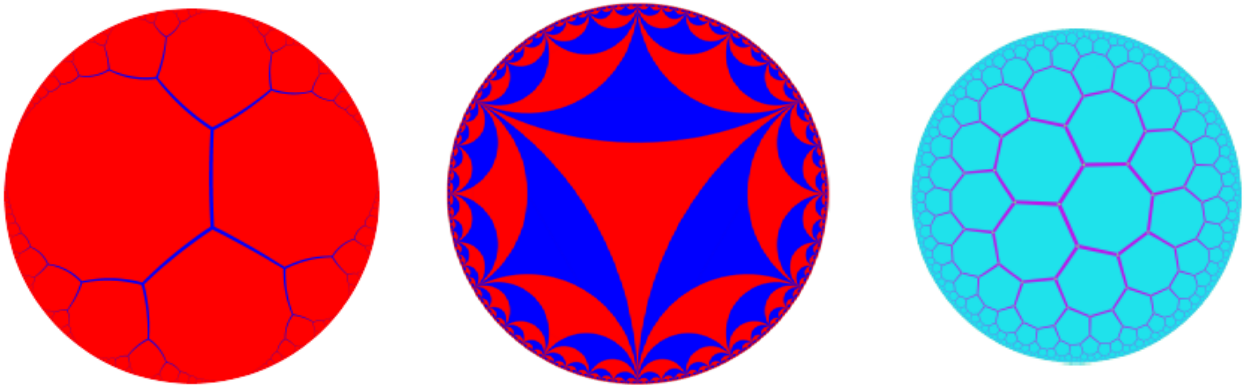


Heptágono hiperbólico con siete puntos ideales por vértices y siete arcos de circunferencia por aristas.



disco, o son *ideales* si están sobre el borde (en el infinito). Aunado a esto, las rectas que conectan una pareja de puntos (P,Q) no son segmentos rectilíneos, como en el plano euclidiano, sino arcos de circunferencia (llamadas geodésicas) que cortan ortogonalmente al borde del *Disco*.

Con estas modificaciones poco intuitivas, pronto comienzan a brotar una serie de anomalías euclidianas bien conocidas por los matemáticos. La primera de ellas es que los ángulos interiores de cualquier triángulo suman menos de π . Otra anomalía asegura que el dibujo a escala no existe: si una figura es la representación en miniatura de otra, en realidad son del mismo tamaño. Por si fuera poco, atendiendo a la negación del quinto postulado de Euclides, dada una recta y un punto fuera de ella, es posible trazar una infinidad de rectas que le sean paralelas y pasen por dicho punto. Intente hacer esto en una hoja de papel y verá que es una completa locura.



Tres formas de teselar el plano hiperbólico con el uso de puntos reales y puntos ideales.

Construyendo rompecabezas hiperbólicos

Evidentemente, en el lienzo usado por Escher, es legítimo *intersectar* a los elementos de un grupo de rectas para obtener vértices y segmentos que determinen una suerte de polígono curvilíneo. Es gracias a la construcción de estos últimos que vale la pena preguntarse si es posible teselar el *Disco de Poincaré*, justo como se hacía con el plano euclidiano.

Los últimos tres diseños nos muestran que la respuesta a la pregunta anterior es afirmativa, salvo que, a diferencia del plano euclidiano, en el modelo hiperbólico hay teselas cuyos vértices son todos *puntos reales* (compactas), es decir, puntos que viven dentro de disco. Pero, también hay diseños donde los vértices de las teselas se encuentran en el borde del disco (paracompactas). Observemos en las imágenes que, en la teselación triangular, cada polígono consta de tres vértices, a cada uno de los cuales llega una cantidad infinita de aristas. Finalmente, la teselación en rojo nos ofrece la versión dual de esta última, ya que tenemos polígonos con un número infinito de vértices, en los cuales concurren siempre tres aristas

Como se aprecia, la gama de opciones que ofrece este fantástico modelo de la geometría, en cuanto a la construcción de teselas se trata, supera al euclidiano. Eso sí, además de saber un poco más acerca de las teselaciones hiperbólicas, queda claro cuáles fueron las piezas favoritas del querido Escher. 🌀

REFERENCIAS:

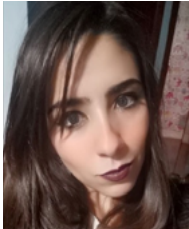
de la Borbolla, O. (1991). *Las vocales malditas*. México: Joaquín Mortiz.

Silva, C. (2020). *Un viaje Hamiltoniano a través de las teselaciones regulares del plano hiperbólico*. [Tesis de licenciatura] Facultad de Ciencias, UNAM.

Ramírez, I., Seade, J. (2002). *Introducción a la geometría avanzada*. Facultad de Ciencias, UNAM.



Biofísica y física biológica de los sistemas complejos



Ana Belem Avila Suárez.

Contacto: fheridg_luna@hotmail.com

Resumen

Existe una confusión entre las definiciones, campos de acción y alcances de la biofísica y la física biológica; sin embargo, se puede decir que la primera es la “física en la biología” y la segunda se refiere a “la física para la biología”. Los alcances de esta última son muy importantes puesto que se oponen al reduccionismo característico de la física clásica y en cierto punto de la física cuántica, ya que implican una interdisciplinariedad, entre la física y la biología que ha logrado el estudio de los procesos y fenómenos biológicos desde el punto de vista de los sistemas complejos. Estos últimos presentan características excitantes para los estudiosos de esta ciencia de frontera, tales como la emergencia, la autoorganización, la dinámica no lineal, las fluctuaciones a partir del cambio en sus condiciones iniciales, su existencia en la frontera del caos y las leyes de potencias que siguen.

Anteriormente se pensaba que los camellos soportaban larguísimos viajes bajo las temperaturas extremas del desierto y con poco acceso a las cantidades necesarias de agua debido a que almacenaban este líquido vital en sus jorobas. El mito se vino abajo gracias a las investigaciones de Schmidt-Nielsen y sus colaboradores. Hardy (1976), publicó los resultados de estos trabajos exponiendo que, entre otras cosas, los camellos pueden regular su temperatura corporal cuando están hidratados y también cuando no lo están, fluctuando hasta 6°C en el medio día en estas condiciones; además, los camellos extraen agua de su plasma sanguíneo, mantienen un pelaje largo que sirve como aislante de la radiación solar y presentan evacuaciones extremadamente secas. Así, las jorobas de los camellos no almacenan agua, sino grasa.



Todos estos descubrimientos se deben al arduo trabajo de los biofísicos, que han aplicado los principios de la ciencia física a, en este caso, la fisiología de los camellos en cuanto a la disipación del calor. Existen innumerables trabajos de biofísica en los que se explican importantes procesos biológicos de manera aislada, pero ¿qué sucede si queremos explicar al fenómeno biológico “vida” de manera global? Lo sobresaliente es que la propia naturaleza biológica ha generado importantes preguntas que la física trata de responder; sin embargo, al parecer, la física clásica tiene ciertas limitaciones sobre esta empresa.

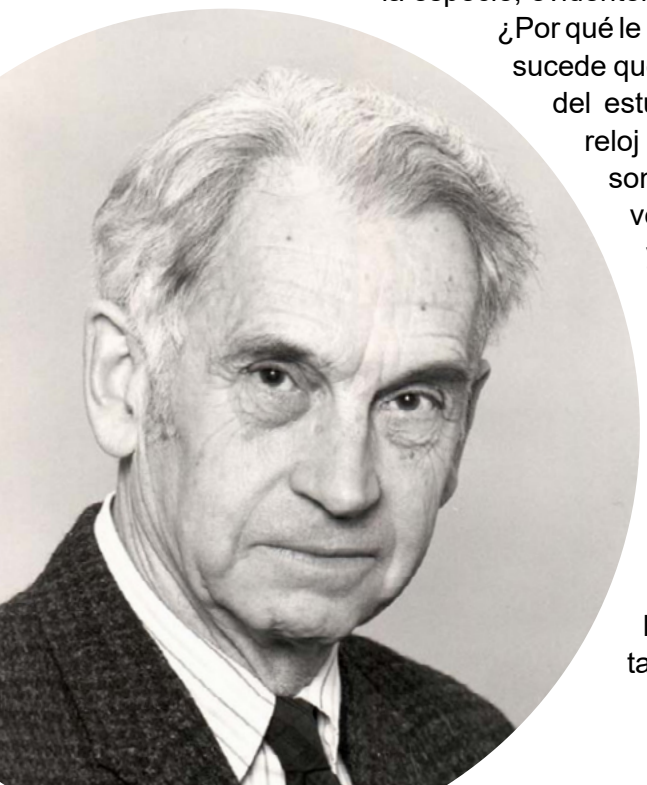
Biofísica y física biológica

A partir de la década de los 20's del siglo pasado, tuvo lugar un importante acontecimiento en la biología que hasta algún tiempo se conocía como “moderna”; esta revolución conceptual es nombrada “Síntesis evolutiva”. Se trata de una serie de premisas basadas en experimentos e ideas que concluyen en que la evolución biológica ocurre por selección natural de variantes alélicas (por mutaciones) en una población que puede estar sometida a deriva génica y migración.

Uno de los autores de la “Síntesis moderna”, Ernst Mayr, biólogo alemán y gran autoridad por sus aportaciones en el campo de la biología evolutiva, en su obra “Así es la biología”, argumentó la inaplicabilidad de las matemáticas y en especial la física hacia fenómenos biológicos; en su obra expresó que la física clásica buscaba unificar todos los fenómenos naturales en una ley universal a partir del estudio de cadenas de causación deterministas, lo que conduce al reduccionismo. En contraste, la biología es una ciencia con una complejidad tan asombrosa, cuyos fenómenos no podrían explicarse como la causa-consecuencia de sus componentes. En lugar de esto, decidió llamar “causas próximas” a los acontecimientos que modificaban algún comportamiento en una población a corto plazo y “causas últimas” a aquellos que tenían que ver con la historia evolutiva de la especie; evidentemente esta dicotomía debe revisarse.

¿Por qué le provocaba tanta repulsión el reduccionismo a Mayr? Bueno, sucede que desde la analogía del reloj que enunció Descartes acerca del estudio de “todos” los fenómenos (el funcionamiento de un reloj se puede explicar cuando este es desarmado y sus piezas son estudiadas de manera aislada), en física se decía que la verdad se hallaba en la simplicidad y no en la multiplicidad y confusión de las cosas. Incluso con la invención de la física Newtoniana se trató de unificar el comportamiento de todos los fenómenos del Universo bajo una misma Ley y, cuando surgió la mecánica cuántica, que dio explicación al comportamiento de átomos y moléculas el físico y biólogo Crick apuntó: El fin último del movimiento moderno en biología es explicarlo todo en términos de la física y la química, lo que quizá podría provocar un shock a cualquier biólogo actual.

Como sea, las enunciaciones sobre el divorcio de las ciencias físicas y biológicas por Ernst Mayr pesaron tanto en la investigación de los fenómenos biológicos que



incluso se retiraron asignaturas como el cálculo diferencial e integral, la biofísica y otras, de algunas Universidades en las licenciaturas de Biología. Sin embargo, manteniendo cierta coherencia con las llamadas “causas próximas” de Mayr subsistieron algunas investigaciones de procesos biológicos de manera aislada, sobre todo aquellos involucrados en la homeóstasis.

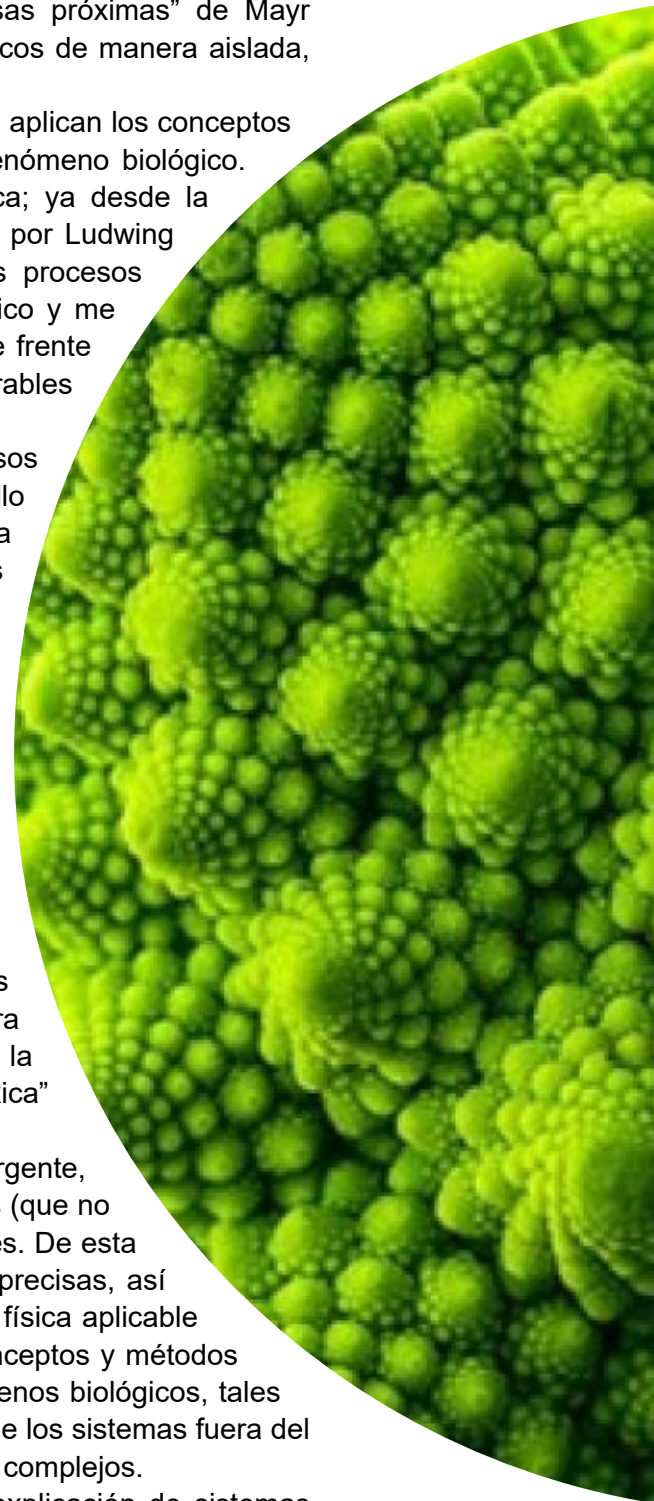
Pero ¿qué es la biofísica? Es una ciencia en donde se aplican los conceptos y métodos de la física para la comprensión de algún fenómeno biológico. Desde luego, es importante la investigación en biofísica; ya desde la publicación de la “Teoría general de sistemas”, en 1969 por Ludwing Von Bertalanffy, se ha apostado por el estudio de los procesos y fenómenos biológicos desde el punto de vista sistémico y me parece que es en ese momento cuando la física mira de frente a la biología, que para este punto ha generado innumerables preguntas debido a esta nueva visión.

Ahora bien, considerando que los fenómenos y procesos biológicos son sistemas, además complejos (de ello hablaré más adelante), la biología dejó de ser una ciencia puramente cualitativa o descriptiva y se dedicó al análisis de los procesos en múltiples escalas de observación, por lo que se tendió a la generación masiva de datos, cuya dificultad de manejo fue solucionada por los físicos con sus diversos conceptos y métodos que iban más allá de la física clásica y permitieron visualizar una robustez, criticalidad y autoorganización de los mismos.

Así pues, a diferencia de la biofísica, la física biológica se puede definir como “la física de la biología”, es decir, en esta interdisciplinariedad la biología genera preguntas sobre sistemas biológicos que permiten extraer principios físicos y, a la vez, la física proporciona herramientas matemáticas, tecnológicas y computacionales para entender a los sistemas biológicos; se podría decir que la relación entre la física y la biología no es para nada “tóxica” como lo creía Mayr.

De esta unión ha surgido la noción de complejidad emergente, en donde fenómenos biológicos complicados o complejos (que no es lo mismo) pueden tener orígenes relativamente simples. De esta manera, durante la generación de tecnologías sutiles y precisas, así como a partir de la necesidad de la construcción de una física aplicable a todos los niveles, se tendió al empleo de técnicas, conceptos y métodos a partir de diferentes enfoques para el estudio de fenómenos biológicos, tales como la teoría del caos, la dinámica no lineal, el estudio de los sistemas fuera del equilibrio, la teoría de fractales y la teoría de los sistemas complejos.

La física biológica ha demostrado tener éxito en la explicación de sistemas biológicos complejos, como las extensas e intrincadas redes moleculares de señalización genética, utilizando métodos de máxima entropía y la mecánica estadística; además muchos de estos métodos se utilizan para dar respuesta a incógnitas relacionadas con eventos biológicos de sistemas excitables; sin



embargo, también existen numerosos retos para la física biológica; un ejemplo es la comprensión de la transmisión de señales débiles y su amplificación en rutas bioquímicas que transducen energía libre, en condiciones fuera del equilibrio. Otros fenómenos a explicar por esta ciencia de frontera tienen que ver con la activación y transporte en cuestiones de bioquímica celular, redes biológicas, etc.

Sistemas Complejos

Antes había mencionado que la física biológica estudia a los fenómenos biológicos desde la visión sistémica y más precisamente desde el punto de vista de los sistemas complejos, pues cualquier proceso o fenómeno biológico desde cualquier perspectiva o escala es un sistema complejo, pero ¿a qué me refiero con sistema complejo? Bueno, para comenzar, todos los biólogos conocemos la existencia de niveles integrativos de organización que resumen la constitución de los sistemas biológicos en el paso de lo inanimado hacia lo animado o vivo.

Estos niveles van desde los átomos, los cuales forman enlaces químicos para constituir moléculas, quienes forman macromoléculas, que se encuentran en las células, conocidas como la unidad mínima de los sistemas vivos (he aquí el paso de lo inanimado a lo vivo... los virus son otra cosa). Los organismos multicelulares, a su vez, se unen para formar tejidos y estos forman órganos, que conforman sistemas orgánicos, constituyentes de un individuo. Sucede entonces que muchos individuos tienen un comportamiento social y surgen las poblaciones (que se forman por organismos de una misma especie) y luego las comunidades. Ahora, todas las interacciones (que no son cosa simple) posibles entre individuos, poblaciones y comunidades y con el ambiente abiótico forman un ecosistema y muchos ecosistemas constituyen a la biósfera.

Si lo anterior ya fue demasiado complicado, ahora consideraremos que cada uno de estos niveles integrativos de organización son sistemas complejos. La complejidad no es lo mismo que la complicación. De hecho, los sistemas biológicos complejos están muy bien caracterizados: se trata de fenómenos con propiedades emergentes. Esto significa que cada nivel de organización exhibe características que no pueden vislumbrarse con el estudio de sus subsistemas individuales. Como ejemplo, está el trabajo de Ricard (2002) en el que dio una definición de la reducción, la integración, la emergencia y la complejidad mediante el estudio de redes aleatorias, regulares, de mundo pequeño y de escala libre en los fenómenos biológicos.

De acuerdo con el trabajo citado anteriormente, un sistema formado por variables discretas X y por propiedades de alguna variable continua Y (X, Y), tiene el mismo grado de entropía (información) que sus variables por separado, entonces el sistema se reduce a la suma de sus partes. Contrariamente, si el sistema cuenta con menor entropía que la suma de las entropías de sus partes, entonces el sistema es integrado (tiene información positiva). Mientras que, si el sistema tiene mayor entropía que la suma de las entropías de sus variables, entonces este



La física biológica se puede definir como “la física de la biología”, es decir, en esta interdisciplinariedad la biología genera preguntas sobre sistemas biológicos que permiten extraer principios físicos y, a la vez, la física proporciona herramientas matemáticas, tecnológicas y computacionales para entender a los sistemas biológicos.

es complejo con propiedades emergentes (mostrando información negativa; cabe destacar que en este algoritmo se consideraron ciertas condiciones iniciales). En este trabajo también se da la debida importancia, no solo a la conexión de nodos (por ejemplo, en una red que ejemplifique el sistema enzima-sustrato), sino al grado de interacción física entre las moléculas, el cual es demasiado complejo.

Además, los sistemas complejos se identifican por ser autoorganizados y lo más importante: esta autoorganización surge espontáneamente y está relacionada con las presiones ambientales a las que está sujeto el sistema, cuyo objetivo, de acuerdo con Kauffman, es lograr la mayor aptitud. También se debe considerar, de acuerdo con el concepto de coadaptación enunciado por Lewontin, que las propias especies modifican su entorno y, por tanto, si se extiende este concepto a cualquier sistema, podemos concluir que la autoorganización sería una propiedad emergente que no depende de algún componente determinista como, por ejemplo, el genoma de una especie.

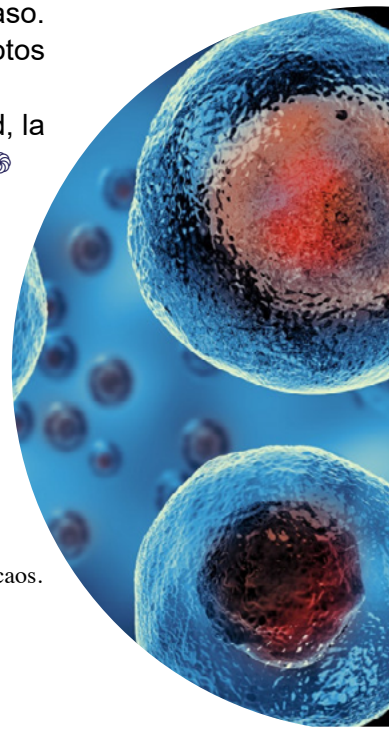
Otra característica de los sistemas complejos es que muestran comportamientos dependientes del orden, pero también de la aleatoriedad (transitan en la frontera del caos) y, en este sentido, muestran patrones fractales. Por ejemplo, se han utilizado autómatas celulares para determinar la cantidad y tipo de microclimas generados por la caída de un árbol en una pluviselva de América del Sur y los gráficos mostrados presentan una dimensión fractal. Al parecer el fenómeno “vida” es posible justo en la frontera del caos. Por tanto, algunos sistemas o al menos una parte pueden estudiarse mediante modelos deterministas y la parte restante por mecánica estadística.

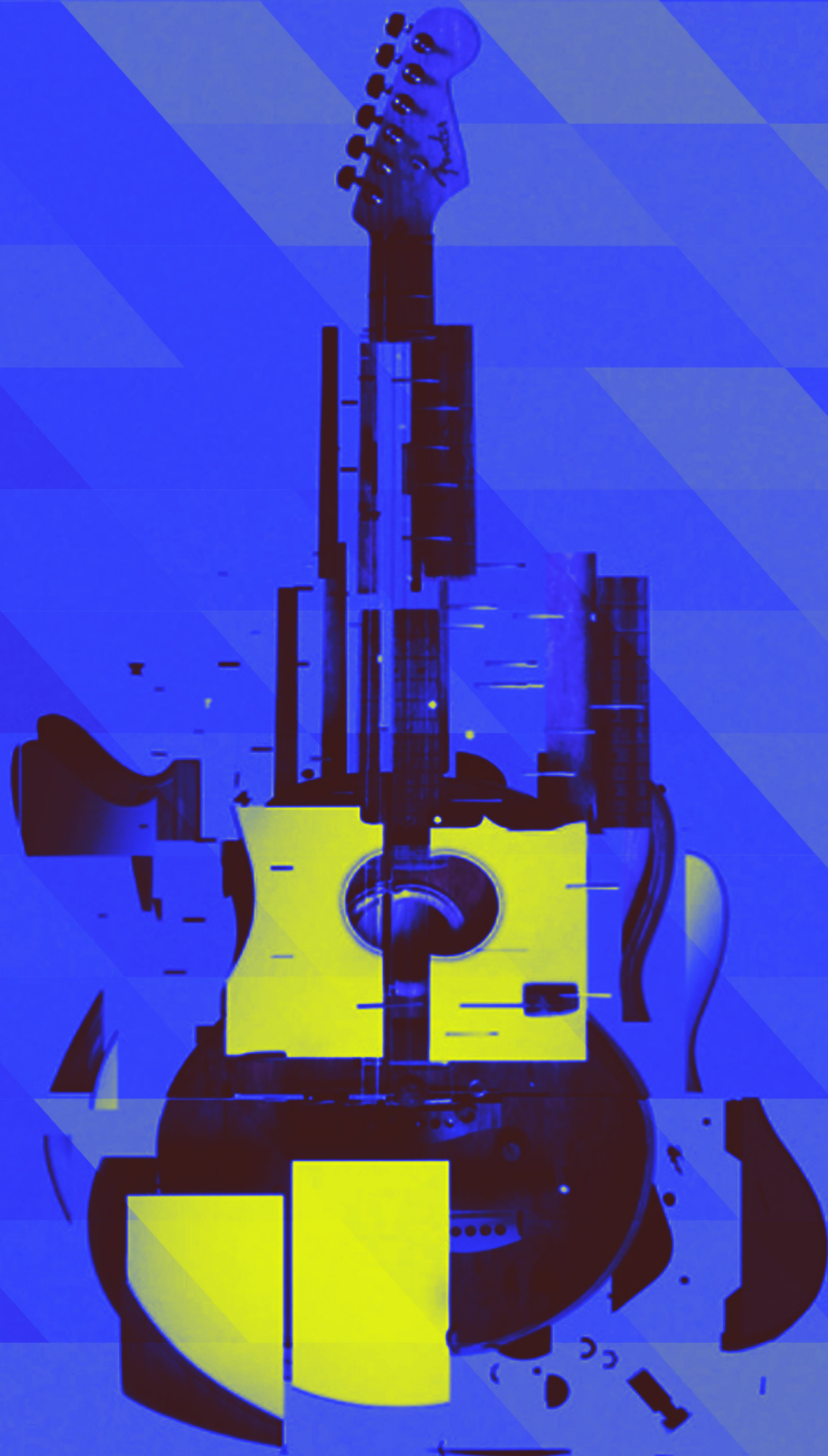
Los sistemas biológicos complejos dependen de las condiciones iniciales y cualquier modificación en estas, por minúscula que sea, cambiará la dinámica del sistema, que además es no lineal. Por ejemplo, en la dinámica poblacional de cierto depredador con determinada presa, el tamaño poblacional de ambas especies, la tasa de natalidad y mortalidad, el coeficiente de competencia y de encuentros intraespecíficos son condiciones que al modificarse provocarán una dinámica sorprendentemente distinta en las poblaciones. Incluso podría predecirse con ciertos valores iniciales el tiempo de extinción de las especies, si fuera el caso. Además, todos los sistemas complejos siguen una ley de potencias: los terremotos menos agresivos son más frecuentes que aquellos más destructivos.

Existen otras características de los sistemas complejos, como la criticalidad, la excitabilidad, la evolución y más que podrían detallarse en un artículo futuro. ☯

REFERENCIAS:

- Hardy, R. (1976). *Temperatura y vida animal*. Barcelona, España: Omega.
- Hernández-Lemus, E. (2012). Retos y oportunidades en la física biológica contemporánea. *Revista digital Universitaria*, 13(4), 3-13.
- Lobo, I. (2008). Biological complexity and integrative levels of organization. *Nature education*, 1(1), 144.
- Mayr, E. (2016). *Así es la biología*. Barcelona, España: Debate.
- Mazzochini, F. (2008). Complexity in biology. *EMBO reports*, 9(1), 10-14.
- Ricard, J. (2003). What do we mean by biological complexity? *C.R. Biologies*, (326), 133-140.
- Solé, R., Bascompte, J., Delgado J., Luke, B. & Manrubia, S. (2019). Complejidad en la frontera del caos. *Investigación y ciencia*, (95), 52-59.





Djent, el nuevo género del heavy metal con aspiraciones científico-matemáticas



Keshava Quintanar Cano.

Contacto: keshava.quintanar@cch.unam.mx



Para leer este texto:
“*Electric sunrise*” de Plini.

Para iniciar con esta nueva sección en la revista *Saber matemático*, primero quisiera agradecer a su comité editorial, en particular al profesor Josué David Sánchez Hernández que tuvo la osadía de invitarme a escribir sobre la música y su vinculación esencial con las matemáticas y la ciencia. Ahora, una confesión no pedida: en mi primera colaboración voy a desahogar en ustedes algunas ideas que he estado confrontando a propósito del nuevo género del metal: el Djent.

Este género o ¿subgénero del subgénero? —ya los teóricos del rock tendrán el tiempo para discutirlo—, que surgió de manera orgánica a principios del siglo XXI y hoy en día cuenta con una buena cantidad de fanáticos en todo el orbe, obtuvo su nombre del guitarrista de la banda sueca Meshuggah, Fredrick Thordental quien bautizó el sonido de su guitarra con una onomatopeya que imita la resonancia de una guitarra de siete o más cuerdas con distorsión *super tight*, justo cuando se tocan las cuerdas más graves con *palm mute*¹ y suenan: ¡Djent! ¡Djent! ¡Djent! Sus grupos más representativos son: Meshuggah, Tesseract, Animal as leaders, Karnivool, Architects, Jinjer, Earthside, entre muchos otros.

Lo interesante de este género de metal, más allá de su nombre, es el hecho de que su concepto unificador está más asociado con la batería que con la guitarra. ¿Por qué lo digo? Porque su sonido identitario es el que hacen el bombo, la guitarra y el bajo al unísono, en obligado. Es un género percutivo, primordialmente. El Djent

1.- Con la técnica *Palm mute*, la palma de la mano mutea las cuerdas de la guitarra pero no completamente, lo que permite que las cuerdas vibren y suenen, dándole un sonido más grave y preciso al acompañamiento.

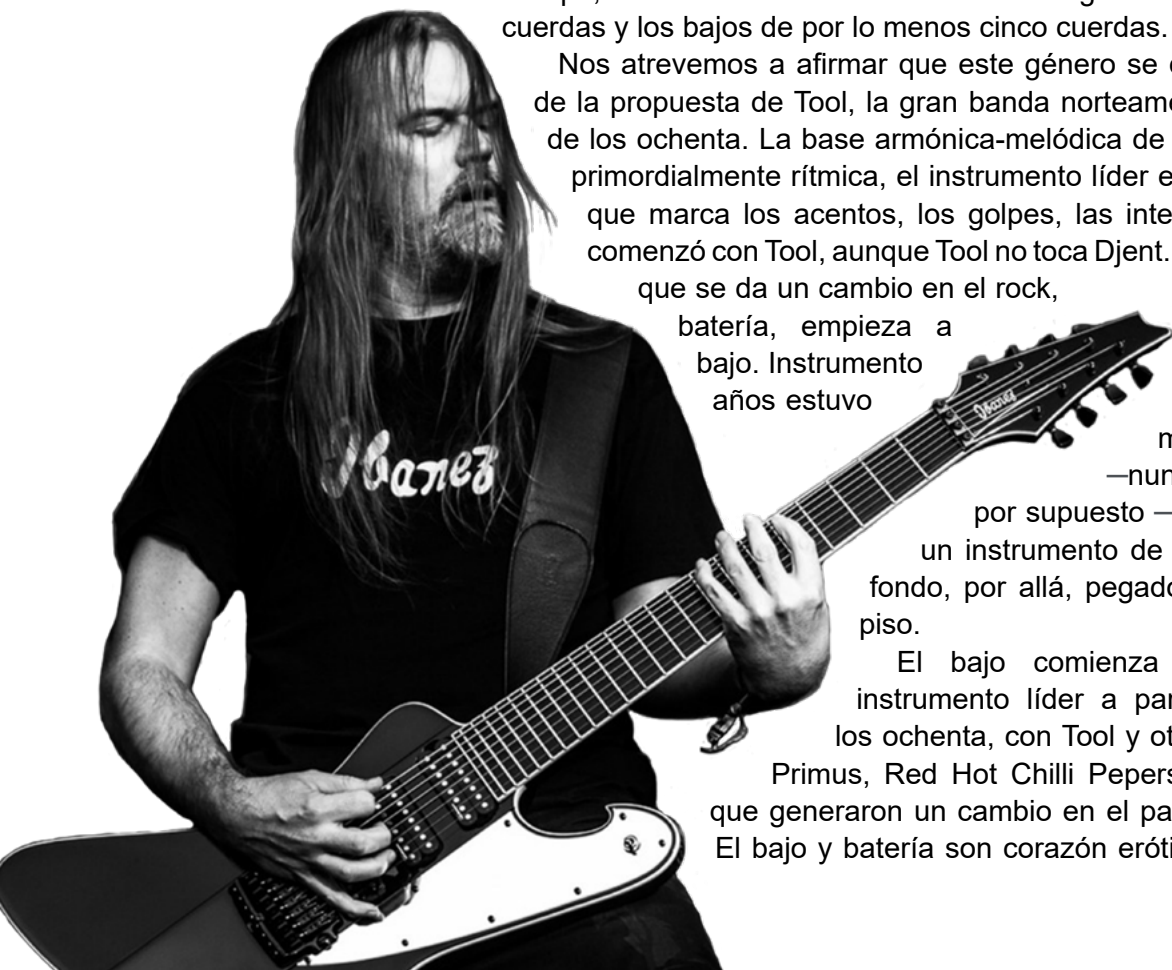
se enfoca en la precisión virtuosa, de ahí su vínculo con el Math Rock —del que hablaremos en otra entrega—.

A diferencia del Heavy metal y sus géneros: Groove metal, Speed metal, Trash metal, Nu metal, Death metal, Punk metal, Progressive metal, Metal industrial, Gothic metal, Metalcore, Epic metal; en el Djent, los riffs de la guitarra y el bajo están pensados para que sean tocados en la misma nota, las más graves posibles, junto con el bombo de la batería. Es decir, no hay un fraseo, como en el metal tradicional, una melodía que se repita y sobre la que se cante la línea melódica. No, en el Djent se canta sobre obligados rapidísimos y polirrítmicos. Esto requiere de precisión matemática, además de que las canciones tienen complejas estructuras y paramédicas acentuaciones sincopadas. De ahí que el Djent sea muy cercano al metal progresivo (Dream theater y Porcupine Tree) y al Math rock (King Crimson, Rush), como mencioné antes.

Normalmente la guitarra liderea la composición rockera, y los demás instrumentos la acompañan para integrar la instrumentación sobre la que se instalará, como una hermosa construcción: la melodía vocal. Sin embargo, en el Djent es la batería el instrumento líder, es la percusión la que se privilegia. Esta focalización en lo rítmico, además de centrarse en el movimiento, en los golpes por compás, también tiene que ver con los avances en la fidelidad de los equipos de audio y en los últimos descubrimientos en *subbuffers* y compresores digitales con algoritmos que pueden controlar las frecuencias graves con mayor fidelidad. Sonar más grave siempre ha sido una de las aspiraciones del Heavy metal, esto por su concepto cavernario: música para el cerebro reptiliano, el primordial. Sonidos que se perciben con todo el cuerpo, no sólo con los oídos. Por eso las guitarras de siete o más cuerdas y los bajos de por lo menos cinco cuerdas.

Nos atrevemos a afirmar que este género se desarrolló a partir de la propuesta de Tool, la gran banda norteamericana de finales de los ochenta. La base armónica-melódica de sus canciones es primordialmente rítmica, el instrumento líder es la batería, es la que marca los acentos, los golpes, las intenciones. El Djent comenzó con Tool, aunque Tool no toca Djent. Es a partir de Tool que se da un cambio en el rock, pues junto con la batería, empieza a despuntar el bajo. Instrumento que por muchos años estuvo relegado en la música popular, —nunca en el jazz, por supuesto—, se le veía como un instrumento de segundo nivel, al fondo, por allá, pegado al ventilador de piso.

El bajo comienza a ser también instrumento líder a partir de finales de los ochenta, con Tool y otras bandas como Primus, Red Hot Chili Peppers, Faith no more, que generaron un cambio en el paradigma del rock. El bajo y batería son corazón erótico de la canción:



el sexo y erotismo al frente. Este reposicionamiento, generó cambios muy importantes. La voz y la guitarra perdieron protagonismo, y ahora todos son imprescindibles, se logró un sonido, permítanme la expresión política: más igualitario.

Como mencionamos arriba, el Djent tiene que ver con las matemáticas, con la precisión, con el conteo riguroso de los fraseos de todos los instrumentos. A muchos rockeros no les gusta el Djent, precisamente por su rigurosidad, pues generar un solo sonido, de manera colectiva y en un instante preciso, les parece del ámbito de lo científico, de lo académico, tan alejados de la piedra y la caverna rocanroleras.

Esto lo hace Plini, virtuoso guitarrista australiano, en la canción instrumental “Electric sunrise”, una canción de 138 bpm y que está medida en compases de $13/8$. Un compás de $13/8$ se cuenta en tres grupos de $3/4$ y uno de $3/4$ más 1. Se contaría (1,2,3; 1,2,3; 1,2,3; 1,2,3,1) dando una palmada en cada 1. Comparto la liga con el video de la canción para que escuchemos esta extraordinaria obra de arte y contemos de puro gusto sus compases². Con música se puede enseñar fracciones, compases y golpes. Aunque para eso quizá podríamos empezar a practicar con canciones más sencillas; por ejemplo, en la música popular (rock, pop, salsa, cumbia, reggae, heavy metal) en su mayoría está estructurada en compases normales de $2/2$, ó $3/4$ ó $4/4$, y en grandes bloques de 32 compases, con sus respectivas divisiones en 16, 8 y 4.

Me explico: la estructura normal de una canción de rock tiene una introducción-verso de 32 compases (4 bloques de 8 compases, dos instrumentales y dos con voz); luego un coro doble de otros 32 compases; posteriormente, otro bloque de 32 compases (dos bloques de 8 con un solo de guitarra, y otros dos bloques para el segundo verso); enseguida entraría otro bloque de 32 compases para el segundo coro. Una vez concluido éste, vendría un intermedio (cambio de la armonía y de la intención) de 32 compases, para después regresar al coro final de 32 compases; y finalizar con la introducción-verso de 32 compases. Por supuesto que estas mediciones no son siempre así, pero sí forman la estructura de una canción tradicional. Pueden cambiar los bloques de 32 a 16 compases, sobre todo por la velocidad (*tempo*) que tenga la canción; sin embargo, los bloques de 32 compases son los más utilizados.

Comento todo esto de la estructura porque en el Djent es más difícil llevar el conteo, y su estructura rara vez coincide con la tradicional. El Djent puede ir generando ese “paladar musical” del melómano, que desarrollará un gusto, un placer por desentrañar las piezas sonoras de una canción y separar los instrumentos, distinguir el bajo, el bombo, la tarola, los contratiempos, la guitarra,



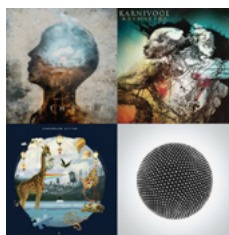
2.- <https://www.youtube.com/watch?v=oNFXnFAKqAE>

*Animal as leaders.**Meshuggah.**Tesseract.**Earthside.*

los platillos, el piano, el sintetizador, alguna percusión, desarmar las partes de la estructura armónico-melódica, detectar los matices y silencios junto con los cambios de intención de la base rítmica, así como la afinación de los instrumentos, los efectos, etcétera.

Si bien una canción es un universo armable y desarmable, ordenado y balanceado, lo suficiente para que nuestro oído disfrute cómodamente de sus variaciones más explosivas a implosivas, al principio fue caos y desorden, y requirió de una banda, de un artista, que amalgamara, que le diera estructura, que moldeara y contara los fraseos, los riffs metaleros o los acentos científico-matemáticos monotonaes del Djent.

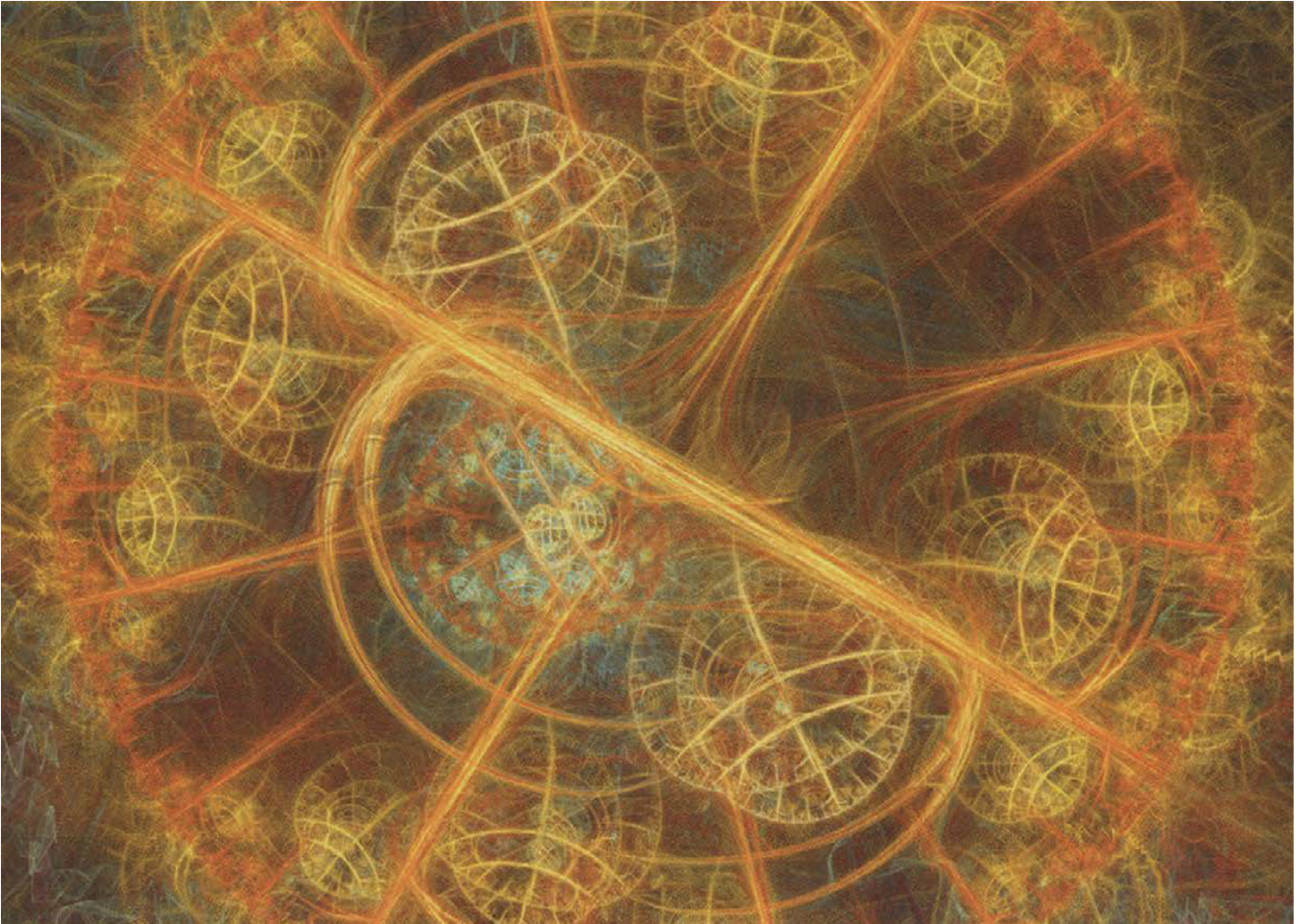
Qué mejor que “escuchen” esto que pongo en blanco y negro. Así que les dejo una selección de Djent para su uso, gozo y disfrute, con la esperanza de que encuentren divertidas estas canciones para contar, se vale usar un ábaco. 🌀



Djent y *Saber matemático*:

<https://open.spotify.com/playlist/5qsxwY7EALX358AAkDoHOS>

Arte Fractal



Título de la obra:

Dreams in High Fidelity

Artista:

Scott Draves

Scott Draves es un artista de *software* pionero mejor conocido por crear *Electric Sheep*, una inteligencia colectiva que consta de 450,000 computadoras y personas que usan matemáticas y algoritmos genéticos para crear una animación abstracta infinita.

Visita su página en:

<https://scottdraves.com/about.html>



Argos Panoptes, Dido y las Matemáticas



Brenda Tovar Amador.

Contacto: brenda.clasicas@gmail.com



{Xo.} τὸν πάνθ' ὀρώντα φύλακ' ἐπέστησεν βοῖ.

{Ba.} ποῖον πανόπτην οἰοβουκόλον λέγεις;

Corifeo: Puso de vigilante de la vaca al que todo lo ve.

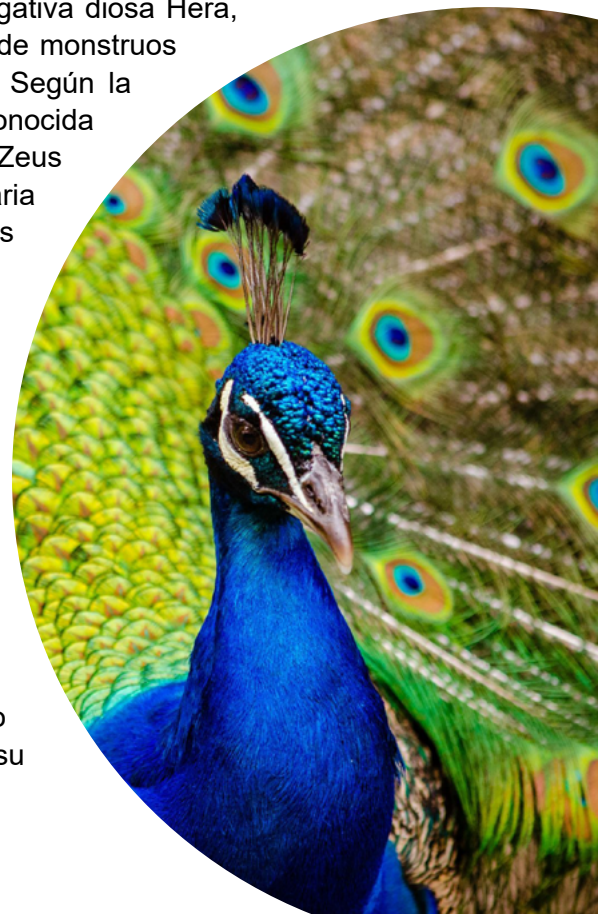
Rey: ¿A qué omnividente te refieres como boyero de esa sola vaca?

Esquilo, *Suplicantes*, vv. 303-304.

En las tierras del Peloponeso, región favorita de la vengativa diosa Hera, habitó un mortal de gran fuerza que protegió la tierra de monstruos y animales terribles, su nombre fue Argos Panoptes. Según la versión que nos cuenta el pseudo Apolodoro en su obra conocida como *Biblioteca*¹, Argos era hijo de Agénor y descendiente de Zeus con la desdichada Níobe. Había nacido con una extraordinaria fuerza que le permitió enfrentarse y salir victorioso en diversas hazañas, como el enfrentamiento con el terrible toro que asolaba la región de arcadia o la pelea con el molesto Sátiro que robaba los ganados de los arcadios. Asimismo, logró vencer a la madre de los monstruos, Equidna, quien era el terror de dioses y mortales. Sin embargo, el pasaje mítico más importante de este personaje es el de Ío y Hera, en donde se destaca una de sus características más importantes y que le hicieron acreedor del epíteto de Panoptes.

Ío, hija del mítico rey Ínaco, había llamado la atención de Zeus, que para seducirla se presentaba en sus sueños. Descubierto por Hera, el regente del Olimpo optó por transformar a la joven princesa en una vaca y así protegerla de la ira de su esposa, pero, la astuta Hera la pidió como regalo. Zeus no pudo negarse y la entregó. Ya con Ío en su

1.- Apolodoro, *Biblioteca*, II, 1.



poder, la diosa encomendó a Argos como guardián de ésta, ya que poseía un rasgo increíble: el hijo de Agénor había nacido con cien ojos repartidos a lo largo de su cuerpo que lo hacían el vigilante perfecto. Por esta razón fue conocido como Panoptes, palabra proveniente del griego que significa *el que todo lo ve*.

Argos ató a un olivo a la joven transformada y se dedicó a resguardarla para que Zeus no pudiera acercarse a ella. Preocupado por esto, el dios envió al astuto Hermes a rescatar a Ío, pero ningún intento resultó exitoso, pues mientras la mitad de los ojos de Argos se encontraban cerrados la otra estaba atenta. Desesperado, Hermes mató al guardián para acercarse a la hija de Ínaco; al enterarse de esto Hera envió a un tábano a atormentar a la pobre Ío y se encargó de recuperar los ojos de Argos para colocarlos en una de sus aves consagradas: el pavo real.

Según se verá, los vestigios oculares que guarda el pavo real en sus plumas, no sólo reviven la historia de un mítico gigante, sino que evocan el origen de algunos de los problemas matemáticos más intrincados.

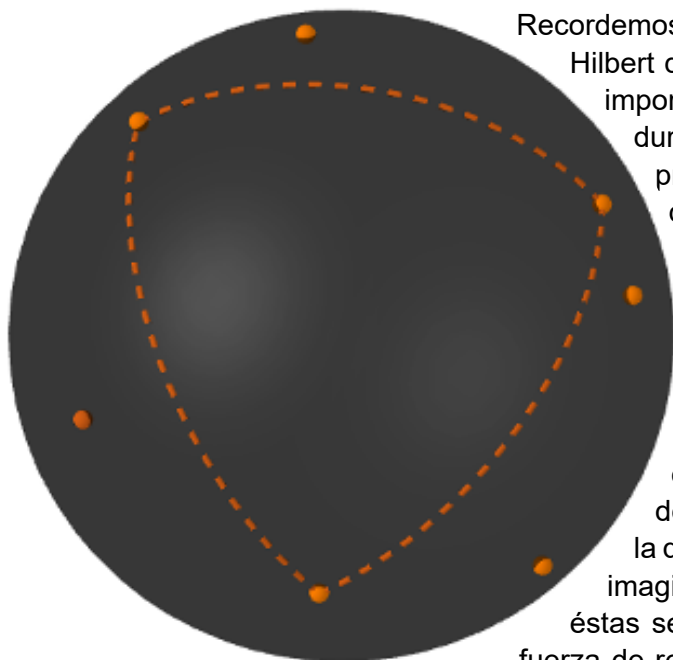
El problema de la distribución de los n -puntos en una esfera

Como se mencionó anteriormente, el mito de Argos Panoptes ha inspirado una serie de problemas que se conglomeran bajo la consigna de *buscar al guardián perfecto*. Algunos de estos retos, por ejemplo, se preguntan por el lugar exacto donde debería colocarse un mínimo número de sondas, capaces de medir la temperatura promedio en una región específica del océano, o bien, dónde colocar el menor número de cámaras de vigilancia, con el objetivo de mantener cubiertas las calles más importantes de una ciudad.

El caso más general del problema de Panoptes lo encontramos planteado en el enunciado número siete de la famosa lista de problemas de Smale.

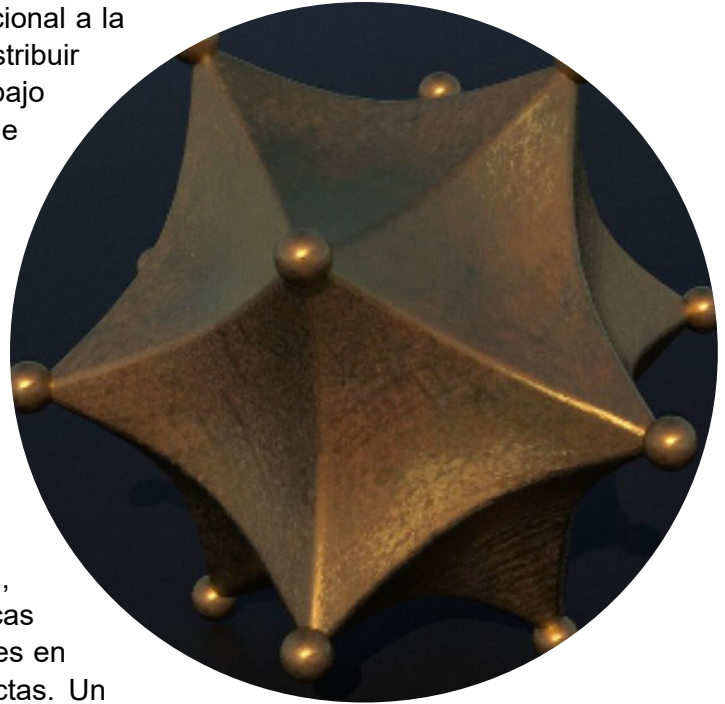
Recordemos que, en el año de 1900, el matemático David Hilbert dio a conocer una lista con los 23 problemas más importantes, sin resolver, en los que debería trabajarse durante el siglo XX. No hace muchos años, Smale se propuso una tarea semejante y el séptimo enunciado de su listado está relacionado con una experiencia conocida como el problema de Thompson:

Imagine una esfera metálica en cuya superficie puedan desplazarse libremente partículas con cargas eléctricas iguales. Cuando sólo se tiene una de ellas, ésta no experimenta ninguna fuerza de repulsión. Si se agrega una segunda partícula, ésta se repelerá con la primera, induciendo un desplazamiento mutuo hacia los polos, posición en la que se experimenta una fuerza mínima. No es difícil imaginar que cuando tenemos tres o más partículas, éstas se colocarán en configuraciones que minimicen la fuerza de repulsión. Dado que la fuerza de repulsión, según



la ley de Coulomb, es inversamente proporcional a la distancia que las separa. El problema de distribuir cualquier cantidad de puntos en la esfera, bajo las condiciones antes mencionadas, puede plantearse como el problema de maximizar el producto de todas las distancias que hay de punto a punto.

Este problema, también conocido como la *distribución de los n -puntos sobre la esfera*, se ha resuelto, por ejemplo, para los casos $n = 4, 6, 8, 12$ y 20 , cuyas configuraciones espaciales se corresponden con los cinco sólidos platónicos: el tetraedro, el octaedro, el cubo, el icosaedro y el dodecaedro. Tal como lo descubrieron los geómetras de la antigüedad, estos sólidos con caras poligonales idénticas ejemplifican no sólo las buenas distribuciones en el espacio, sino incluso las que son perfectas. Un reto que se aborda actualmente, es saber cómo distribuir exactamente 7 puntos sobre la esfera, o bien, parafraseando al mito, cómo diseñar un Argos Panoptes esférico, de exactamente siete ojos.



Dido y la fundación de Cartago

Antes de dar asilo al piadoso troyano que terminaría abandonando sus tierras, la reina Dido era la joven princesa de Tiro que con su ingenio logró sobrevivir a la ambición de su hermano. También conocida como la princesa Elisa de Tiro, Dido fue hija del rey Matán y como hermanos tuvo a Ana y Pigmalión. Este último, heredero al trono, era un hombre avaricioso y cruel que al asumir el gobierno de Tiro obligó a la joven Dido a casarse con el sacerdote de la región, Siqueo, quien era poseedor de un gran tesoro, razón por la que veía conveniente el matrimonio con su hermana. Tras el casamiento de su hermana y el sacerdote, Pigmalión le pidió a Dido que investigara en dónde se encontraba oculto el maravilloso tesoro de Siqueo del que tanto se hablaba. Ésta no tuvo dificultad para que su esposo le confesara la ubicación de sus riquezas, pues él estaba perdidamente enamorado de ella. Justo cuando la princesa iba a contarle a su hermano sobre el tesoro se percató de que éste estaba utilizándola y le dio indicaciones erróneas del lugar. Sin sospechar, Pigmalión envió sicarios a matar a Siqueo esa misma noche y a buscar el tesoro.

De regreso a su habitación, Dido encontró muerto a su esposo y decidió huir con el tesoro y su pequeña hermana Ana, pues conocía el terrible carácter de su hermano. Perseguida por éste, llegó hasta las tierras habitadas por el pueblo de los gétulos, siendo el rey Yarbás, a quien le pidió refugio y le ofreció comprar parte de su territorio. El rey aceptó con una sola condición: le vendería el espacio que lograra abarcar con la piel de un buey. Dido accedió e ingeniosamente cortó la piel en tiras delgadas para abarcar la mayor cantidad de territorio posible. De

esta manera, logró hacerse de la tierra en la que más tarde fundaría la famosa ciudad conocida como Cartago, lugar al que llegaría en busca de refugio el héroe romano Eneas.

El ingenio de Dido

El modo de proceder de la princesa de Tiro es un claro ejemplo de lo que en matemáticas se conoce como un planteamiento isoperimétrico.

El ingenio de la joven viuda no se agota en el hecho de hacer, con la piel del buey, una tira cuya longitud alcanzara varios kilómetros de largo.

Aunado a esto, ella intentó abarcar con dicho cordón la mayor porción de tierra. ¿Qué forma dieron sus sirvientes a semejante cerco? ¿Tendría que ser una forma poligonal o curva? ¿Una forma convexa o cóncava? Comencemos por contestar a esta última pregunta.

Imagine un polígono, sin importar ni el número ni la longitud de sus lados, pero con la condición de que sea cóncavo. Esto último quiere decir que al polígono *se le hundieron perfectamente una o más esquinas*, o bien, que algunos de sus ángulos interiores son mayores a 180 grados. Observe que siempre es posible trazar un segmento AB que una los dos vértices que cercan una abolladura en nuestro polígono. Como buen ojalatero, se podría reflejar el punto C sobre el segmento recién trazado. Esto permitiría, conservando la longitud de las aristas, construir un polígono de igual perímetro, pero que abarca una superficie siempre mayor a la inicial.

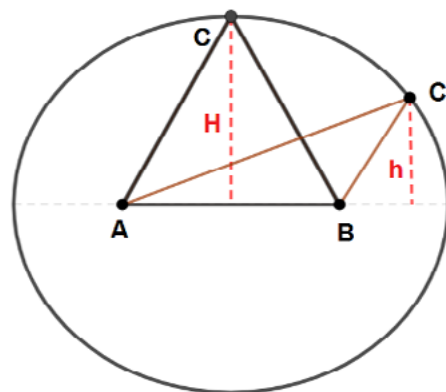
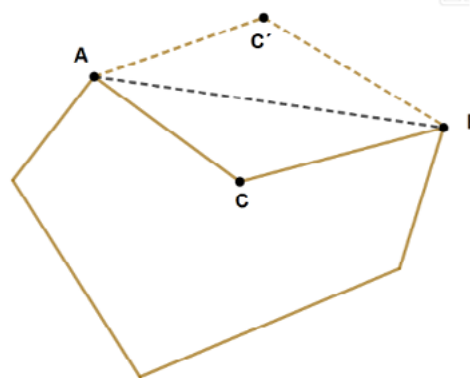
Argumentada la superioridad convexa, Dido debió debatirse entre usar un polígono con lados iguales o diferentes entre sí. No es difícil demostrar que la primera opción es la mejor.

Para justificar esto, comencemos imaginando una Cartago triánguloequilátera. ¿Es posible mover algunos de los vértices de esta ciudad para obtener un triángulo irregular de idéntico perímetro, pero de área mayor?

Para convencernos de que esto no es así, partamos de un triángulo equilátero ABC . Como sus lados están formados por una tira de piel de longitud fija, podríamos dejar anclados los postes ubicados en A y en B , pero mover el poste C , con la libertad permitida por el largo de la piel. Como se sospecha, los vértices A y B pueden ser interpretados como focos de una elipse. Así, el punto móvil C representará



Figura 1. Dido indicando cómo hacer una larga tira con la piel de un toro.



cualquier punto de esta curva. Es claro que, de los triángulos así obtenidos, el de mayor área será el que exhiba mayor altura, esto es, el que tenga su vértice sobre el eje menor de la elipse, o sea, el equilátero.

Mediante argumentos semejantes, es posible demostrar que cualquier polígono regular, sin importar su número de lados, siempre gana frente a uno irregular. Sin embargo, la pregunta ahora es: ¿qué conviene más, un polígono regular de menos, o de más lados? Haciendo algunos cálculos sencillos, se puede deducir que las fórmulas que estiman el área de un polígono siempre son un cociente cuyo numerador es constante (el perímetro al cuadrado), pero con denominador variable. A medida que aumentamos los lados, el valor del denominador disminuye, dando lugar a un área mayor. De modo que a Dido le conviene usar su jirón de cuero para construir un polígono regular convexo con el mayor número de lados posible. ¿Qué polígono es ese? Como ya imaginará el lector, fue así como Dido fundó la ciudad máxima de Cartago a partir de un trazo completamente circular. ☺

$$A_s = \frac{P \times \frac{P}{2(n) \tan \frac{\pi}{n}}}{2} = \frac{p^2}{4n \tan \frac{\pi}{n}}$$

A medida que el número de lados de un polígono de perímetro P incrementa, su área tiende al de un círculo $\frac{p^2}{4\pi}$.

REFERENCIAS:

- Esquilo. (2008). *Tragedias* (Perea Morales, B., Trad.). Gredos.
- Grimal, P. (1989). *Diccionario de la Mitología Griega y Romana*. Paidós.
- Virgilio. (1992). *Eneida* (de Echave-Sustaeta Javier, Trad.). Gredos.
- Pickover, C. (2016). *El libro de las matemáticas. De Pitágoras a las 57° dimensión, 250 hitos en la historia de las matemáticas*. Librero ediciones.
- Prieto, C. (2012). *Sarando vuelve al país de las matemáticas*. Fondo de Cultura Económica.



Curvas famosas y viejos problemas: la cisoide de Diocles



El matemático de CCH.

Contacto: ElmatematicodeCCH@gmail.com

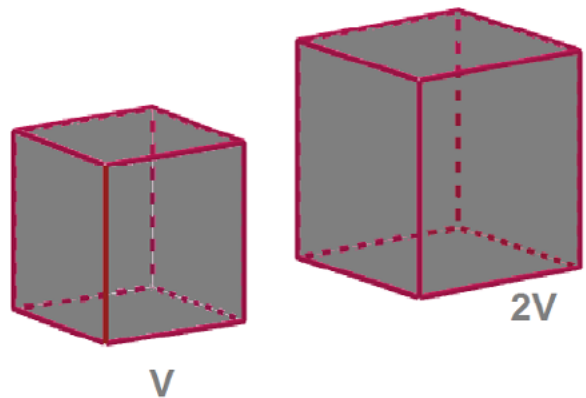
En la presente era pandémica, tiene sus desventajas no contar con el favor del famoso oráculo de Delfos. Para justificar este inusitado anacronismo, valga recordar la historia referida por Plutarco, cerca del año 429 a.C., en lo referente a la dura peste que azotó la ciudad de Atenas, ante la cual, sus indefensos ciudadanos no tuvieron más remedio que consultar al infausto oráculo para recibir alguna luz que ayudara a terminar con una epidemia imparable.

Por aquel entonces, las indicaciones del oráculo fueron bastante lejanas a lo esperado: ningún sacrificio hacía falta, ninguna planta escondida en la cueva de ningún gigante proveería la cura. En cambio, lo que se requería era construir un nuevo templo para el dios Apolo, con la condición de que éste tuviera exactamente el doble de volumen que el original.

Hoy en día, la solución de ese problema de cubos nos hubiera ahorrado los dos años más difíciles de los últimos tiempos, pues, si “ m ” representa la longitud de la arista del templo cúbico de Apolo, y “ n ” representa el mismo parámetro, pero de un cubo de volumen doble, entonces la siguiente ecuación nos llevaría a la grata respuesta.

$$n^3 = 2m^3$$

Para resolverla, planteado desde el lenguaje matemático moderno, bastaría con extraer una raíz cúbica de ambos lados de la igualdad y así saber cuánto medirían, a una misma vez, el largo, el ancho y lo alto del nuevo templo: El problema de esta expresión inocente, radica en la “raíz cúbica de dos”, un número de fácil estimación para nuestras calculadoras actuales, pero de imposible *construcción* para los geómetras griegos. ¿Qué significa la no constructibilidad de ciertos números?



Para llevar a cabo sus construcciones, los geómetras clásicos se valían solamente de dos herramientas: una regla sin graduación y un compás. Así que lo construible dependía de las relaciones dadas entre puntos, rectas y circunferencias. El universo clásico de la geometría se formaba a partir de puntos simples, de las rectas que conectan a dichos puntos, de las circunferencias dibujadas y de puntos obtenidos de la intersección de circunferencias y rectas entre sí.

Pese a esta variedad de objetos y números representando longitudes, los matemáticos de aquella época no pudieron encontrar un método de construcción satisfactorio para el problema de la duplicación del cubo.

Más allá de las circunferencias

Al no ser suficientes la regla y el compás para resolver el así llamado Problema de Delos, los geómetras de la antigüedad se vieron obligados a recurrir a otro tipo de curvas que no eran tan perfectas como la circunferencia.

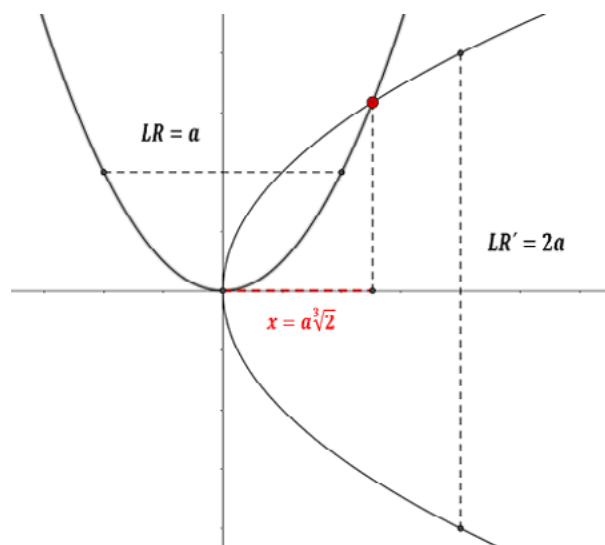
En esta búsqueda, las cónicas (elipse, parábola e hipérbola) fueron de gran utilidad. Aunque hay versiones que cuestionan la veracidad de la popular historia de que el gran Arquímedes logró incendiar a la distancia algunos barcos hostiles del general Marcelo, concentrando la luz del sol con el uso de espejos parabólicos, lo cierto es que esta posibilidad llamó la atención de más de un investigador de curvas. Tal es el caso de Diocles, un contemporáneo de Apolonio que dedicó varias páginas al tema de *los espejos incendiarios*, es decir, a la búsqueda de una superficie que mejor concentrara los rayos del sol.

Curiosamente, las así llamadas *curvas imperfectas*, sirvieron para ofrecer una solución no construible para el problema de la duplicación del cubo. Tal es el caso de la respuesta ofrecida por Menecmo, quien al cruzar dos parábolas con ejes ortogonales y de lados rectos duplicados, consiguió obtener la raíz cúbica del número dos.

Planteado en el lenguaje moderno, consideremos que “a” representa la longitud del lado recto de una parábola vertical, mientras que “2a” corresponde al mismo parámetro, pero de una parábola horizontal.

$$x^2 = (a)y \quad \text{y} \quad y^2 = (2a)x$$

Si resolvemos este sencillo sistema, llegaremos a que la abscisa del punto de intersección $P(x = a^3\sqrt{2})$, permite hallar la longitud de la arista que duplica el volumen de cualquier cubo de lado “a”.



La curva cisoide de Diocles

Otra curva imperfecta (sin duda una de las más recordadas) que aportó al Problema de Delos, fue la descrita por Diocles. La cisoide, nombre tomado por

su semejanza con las enredaderas, se construye a partir de una circunferencia de radio “a” y una recta tangente diametralmente opuesta al punto O. Consideremos una recta L, fijada en O, pero de inclinación variable. Dicha recta cortará a la circunferencia y a la recta tangente en los puntos B y C. Diremos que los puntos M pertenecen a la cisoide si, estando sobre la recta L, consiguen igualar la longitud de los segmentos BC y OM.

Expresada en código algebraico y referida al plano cartesiano (inexistente en la época griega), la cisoide es una curva cúbica que tiene por ecuación:

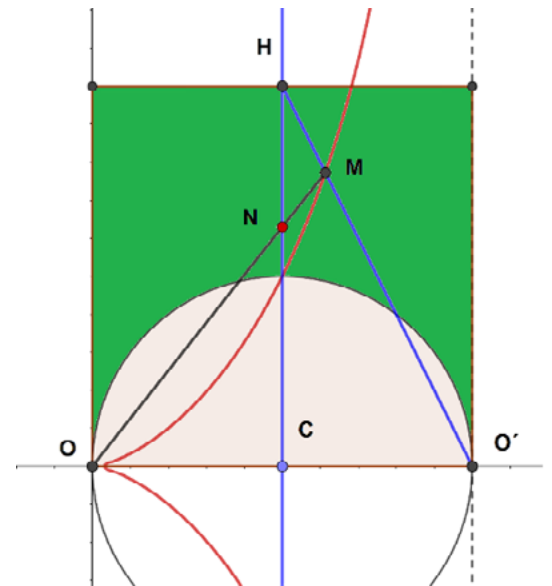
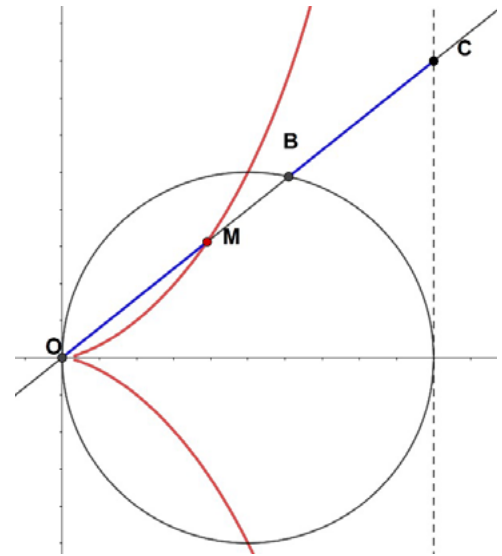
$$(x^2+y^2)x-2ay=0$$

Esta expresión, introducida en cualquier graficador, nos genera fácilmente la cisoide, no a la manera de Diocles, es decir, punto a punto, sino de forma continua. Sobre esta construcción, el gran geómetra dibujó un cuadrado cuyos lados midieran tanto como el diámetro de la circunferencia asociada a la cisoide (). Enseguida, trazó un segmento con extremos en el punto medio al lado superior del cuadrado (H) y en el punto O', diametralmente opuesto a O. Este segmento cruza a la cisoide en el punto M, que unido a O, determinan un nuevo segmento que intersecta en N a la mediatriz que pasa por H. Tras estas construcciones, se puede deducir que la distancia de N al centro de la circunferencia C, es exactamente $a^3\sqrt{2}$

Si todo ha quedado plasmado en un dibujo, ¿por qué las sugerencias de Diocles y de Menecmo no fueron aceptadas como pertenecientes de la geometría clásica? ¿Por qué “raíz cúbica de dos” no es un número construible? El lector notará que el problema reside en el tipo de curvas empleadas para generar nuevos puntos de intersección: ¡No son circunferencias!

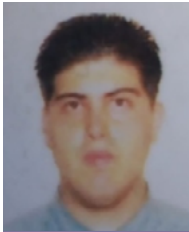
Tuvieron que pasar varios siglos para que la actual ciencia matemática descubriera el alcance exacto de las construcciones griegas. Hoy en día sabemos que un número real es construible con regla y compás, solamente cuando éste resulta ser la solución de ecuaciones polinomiales irreducibles, con coeficientes enteros o fraccionarios y cuya incógnita tenga como máximo exponente una potencia de dos. Claramente, el problema de la duplicación del cubo, la intersección de dos parábolas y los trazos sobre la cisoide, conllevan ecuaciones de grado tres. He ahí la raíz de la limitación griega para responder a la demanda del mordaz oráculo de Delfos.

Para no errar en esta lucha contra la enfermedad causada por el coronavirus SARS-CoV-2, no esperemos a que los matemáticos y matemáticas resuelvan alguno de los problemas abiertos de este siglo, más valdrá no confiarse a ningún oráculo, vacunarse, usar cubrebocas y practicar la sana distancia. ☺





La Tortuga de GeoGebra en el arte



Liber Mass Zúñiga.

Contacto: liber.mass@cch.unam.mx



El artista encuentra un mayor placer en pintar que en contemplar el cuadro.
Séneca.

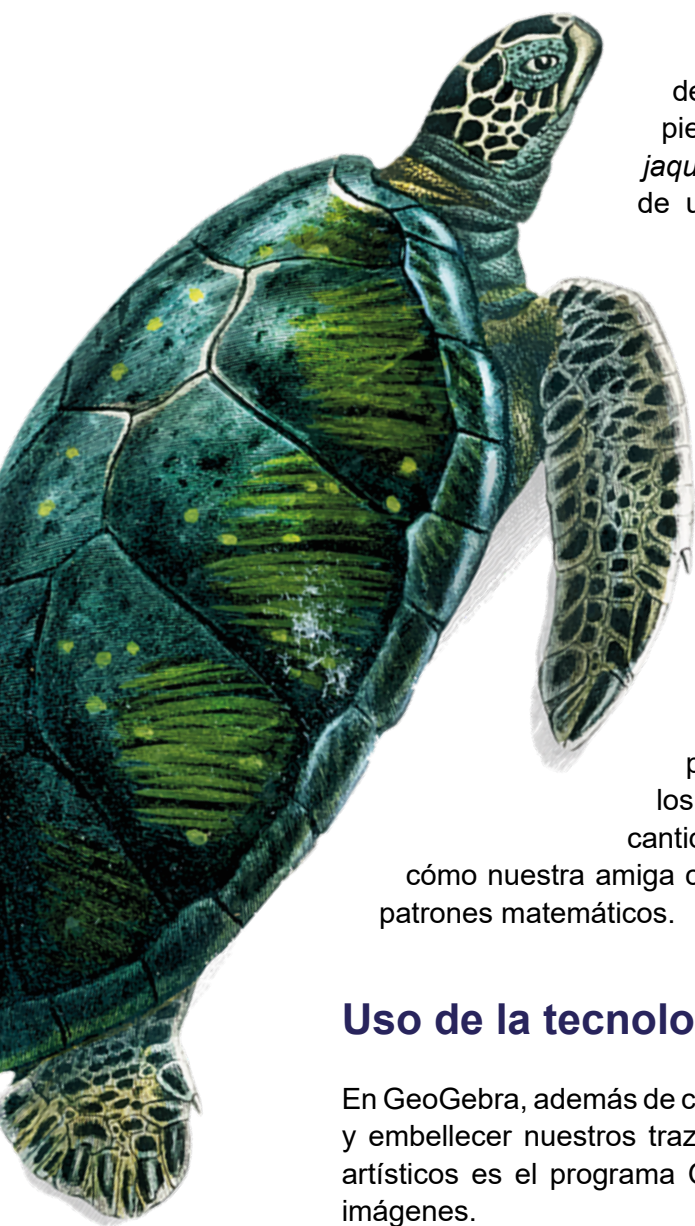
Queridos lectores, es un placer escribir nuevamente para la revista de Matemáticas del Colegio de Ciencias y Humanidades sobre los temas que me apasionan: Tecnología, GeoGebra, Matemáticas, Ajedrez y Cómputo.

Retomando la cita que abre este artículo, la cual asegura que hay más placer en el arte cuando uno mismo confecciona herramientas con sus propias manos, se podría equiparar la elaboración de la obra de arte con la de otras producciones de carácter instrumental, lógico o incluso intangible. Así lo podemos ver en algunos proyectos de ingeniería y arquitectura, en la herrería, carpintería y en muchas otras disciplinas que se valen, por ejemplo, de algunos patrones geométricos estudiados por las matemáticas. Este uso, la mayoría de las veces tiene por objetivo crear, ampliar, o reorganizar los espacios en el hogar y hacer de éste un lugar más agradable para vivir. En las siguientes líneas se abordarán algunas expresiones artísticas presentes en el salón de clases.

La ciencia muy cerca del arte

La creatividad es el punto de conexión entre el quehacer artístico y el científico. Aunque en ocasiones la ciencia se muestre recelosa frente a la labor artística, no se puede negar que este campo que corona el saber también se ha valido de la fortuna o de chispazos geniales. Al igual que un poeta compone versos tocado por la inspiración, algunos científicos concibieron grandiosas ideas siendo golpeados por una manzana o abandonando la tina de baño con toda rapidez, mientras gritaron *eureka*.

Nadie tiene una definición exacta de qué es el arte, aunque todos nos sentimos capaces de reconocer cuándo es bella una canción, un paisaje o hasta una partida



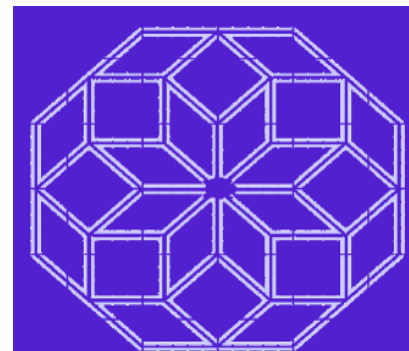
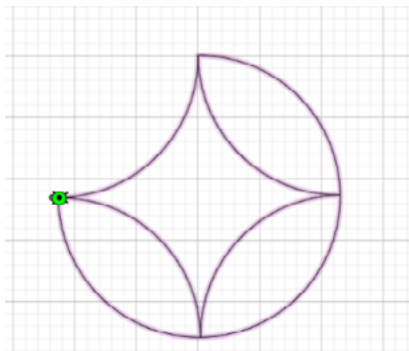
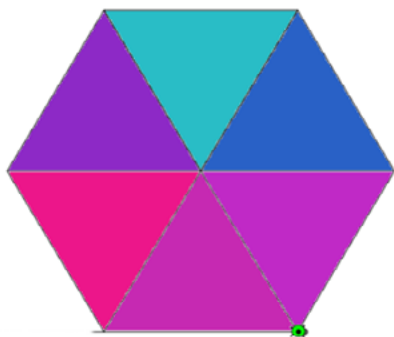
de ajedrez cuya delicia se soporta en el sacrificio de una pieza importante, justo antes de abrir paso a un *inmortal jaque mate*. El arte puede asomarse de entre las páginas de una revista de matemáticas, de un dibujo o incluso desde una escena elaborada con GeoGebra o con Gimp. Veamos si esto último es posible.

Un encuentro con algunos de los libros de la colección *El mundo es matemático*, escrita por Miquel Alberti (2014), bastan para convencernos del uso artístico que se hace de la geometría para la elaboración de ciertos mosaicos. Particularmente, son de nuestro interés los elaborados por las culturas mesopotámica y romana, aunque la mayor expresión de estas tradiciones, quizá la encontramos en la cultura Islámica. Respecto a nuestro país, también se logran visualizar patrones matemáticos en la confección de cenefas, azulejos o en las majestuosas pirámides, en los relieves es ciertas edificaciones, en los códices y en las mamposterías de los conventos. La cantidad de ejemplos es infinita, así que mejor describamos cómo nuestra amiga consentida de GeoGebra nos puede ayudar a generar patrones matemáticos.

Uso de la tecnología en el salón de clases

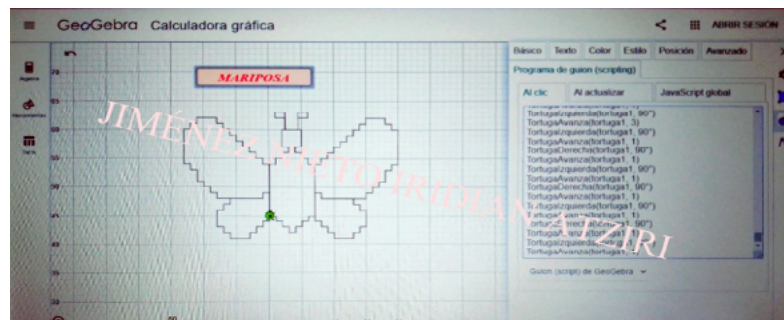
En GeoGebra, además de construir figuras geométricas, también es posible colorear y embellecer nuestros trazos. Otro ejemplo del uso de la tecnología para fines artísticos es el programa Gimp, del cual, a continuación, presentamos algunas imágenes.

De paso, aprovechemos esta parte del texto para mostrar algunos de los logros conseguidos por los estudiantes a lo largo del semestre que recién finalizó.



El trazo que se muestra, se lo debemos a Jiménez Nieto Atziri, que pasó cerca de una hora jugando con los comandos para lograr una mariposa perfectamente simétrica. También se aprecia en la imagen el código y la marca de agua que le confiere su autoría.

Otros reto propuesto a los estudiantes, fue la confección de fotogramas o secuencias de imágenes. Aunado a esto, también se solicitó la creación de herramientas en GeoGebra, que son una especie de algoritmo almacenado utilizado para realizar operaciones repetitivas, tales como trazar rectas notables en triángulos o generar automáticamente el ortocentro de cualquier triángulo. Como se podrá inferir, tanto GeoGebra como Gimp son programas cuya utilidad compagina perfectamente con más de una unidad temática en la asignatura de

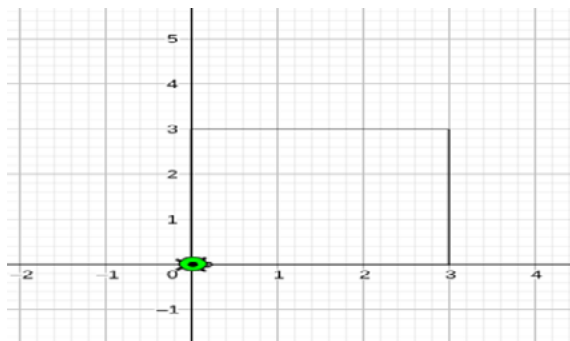


Taller de Cómputo, asignatura cuyas herramientas explotadas permiten hacer conexiones con los contenidos temáticos de otras materias.

Para el cierre

A continuación mostraremos resuelto uno de los retos propuestos en esta misma sección, pero en el número anterior de la revista, donde el lector tenía que ordenar a la Tortuga de GeoGebra que trazara un cuadrado. Las herramientas permitidas para lograr este acometido eran libres, empleando el método de ensayo y error o por documentación. Ahora veamos una de las posibles soluciones.

```
t=Tortuga ()
TortugaAvanza (t,1)
Tortugalzquierda (t,90°)
TortugaAvanza(t,1)
Tortugalzquierda (t, 90°)
TortugaAvanza(t,1)
Tortugalzquierda (t,90°)
TortugaAvanza (t,1)
```





Es cierto que no todo puede ser expresado con imágenes, pero este colaborador considera que el arte está presente hasta en el más mínimo detalle matemático, por eso quiero despedirme con una añeja cuarteta de Veracruz: *Ya lo dijo el Santo Papa, gritando con voz en cuello: Sólo Veracruz es bello, y su capital, Xalapa.*

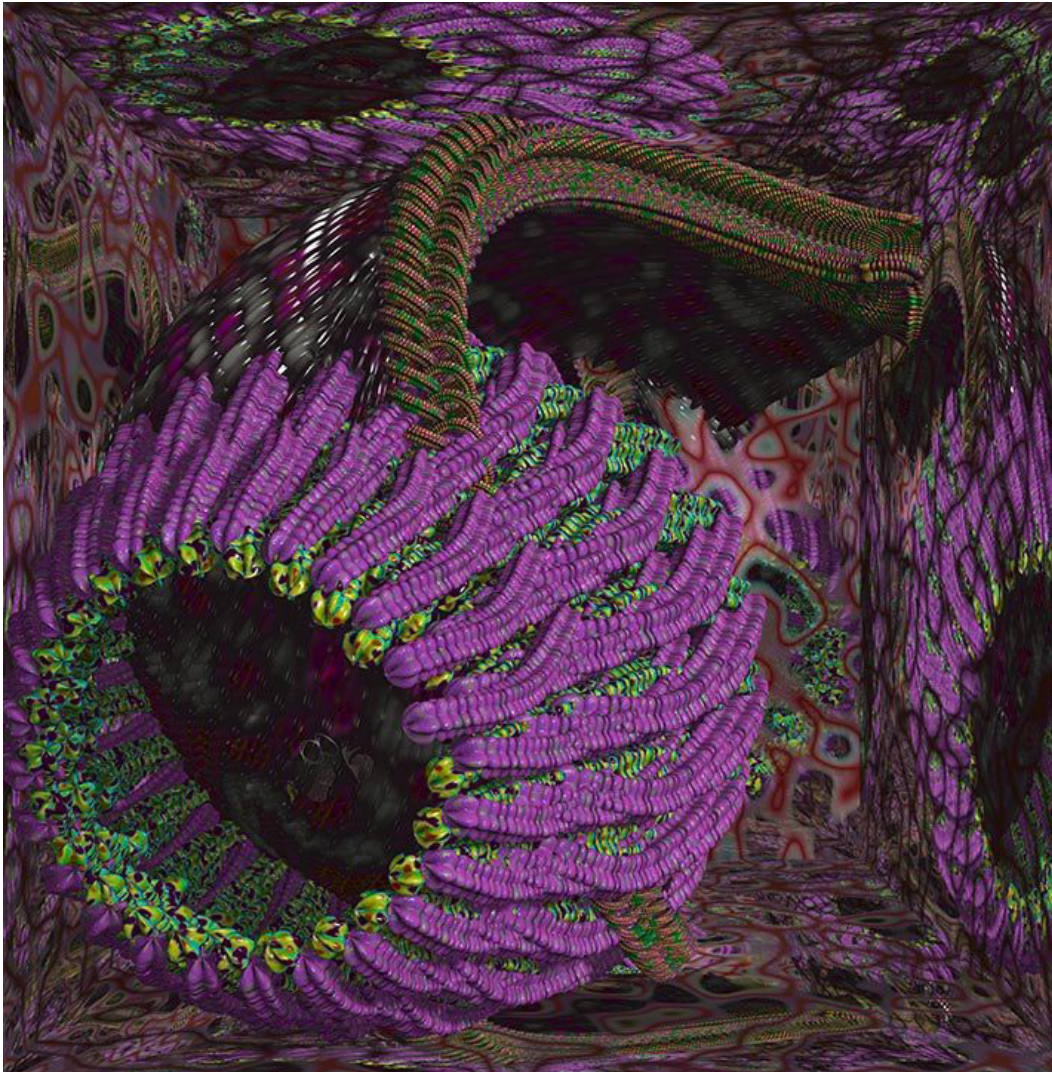
Nuevo problema:

Podrías hacer un triángulo equilátero con la ayuda con nuestra amiga la tortuga de GeoGebra. 🐢

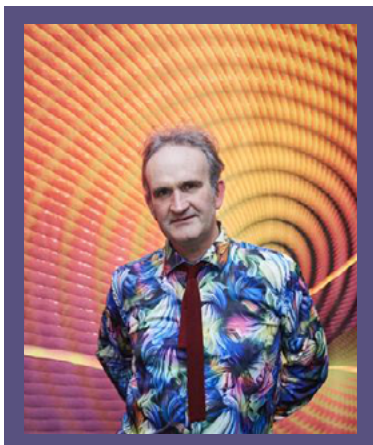
REFERENCIAS:

- Solís R. (2006). Antecedentes de Geometría Analítica. México: Ed. Trillas.
- Alberti M. (2014). El mosaico sin fin. España: Editorial RBA.
- GeoGebra (2013). Tutorial: Creando a Tortuga - GeoGebra Manual. Recuperado: Enero 2021 https://wiki.geogebra.org/es/Tutorial:Creando_a_Tortuga
- Kvetka (2021). Kvetka. Recuperado: Marzo 2021 <http://kvetka.org/en/download.shtml>
- Scid (2021). Scid. Recuperado: Marzo 2021 <http://scid.sourceforge.net/>
- Wikipedia (2018). Arte islámico. Recuperado: Marzo 2021. https://es.wikipedia.org/wiki/Patrones_geom%C3%A9tricos_isl%C3%A1micos.
- García J. (2011). Adefesios. Recuperado 23 octubre 2021. <https://www.informador.mx/Ideas/-Adefesios-20111107-0262.html>

Arte Fractal



Obra de arte en 3D que invita a los visitantes a "mutar" las imágenes por sí mismos utilizando auriculares y controladores.



Título de la obra:

Mutator VR

Artista:

William Latham

William Latham es un artista informático británico, más conocido como el creador del producto *Organic Art*.

Visita su página en:

<http://latham-mutator.com>



Biografía: La joya femenina de Alejandría



Sandra Roldán Meneses.

Contacto: veronica.roldan@cch.unam.mx



Había una mujer en Alejandría que se llamaba Hipatia, hija del filósofo Teón, que logró tales alcances en literatura y ciencia que sobrepasó en mucho a todos los filósofos de su propio tiempo. Habiendo sucedido a la escuela de Platón y Plotino, explicaba los principios de la filosofía a sus oyentes, muchos de los cuales venían de lejos para recibir su instrucción. Sócrates el Escolástico.

Hipatia nació en el año 370 y murió en el 415 d. C. De la madre sólo se sabe que murió cuando dio a luz a quien años después se convertiría en la gran filósofa. En cambio, se sabe que su padre fue Teón, un ilustre matemático y astrónomo que estaba a cargo del museo de Alejandría. Gracias a esa posición, Teón supervisó la educación de su hija, con toda la intención de convertirla en un ser humano perfecto. Tal parece que su insistencia tuvo éxito, ya que Hipatia destacó tanto por su talento como por su belleza.

Cuando rondaba los 25 años de edad, la también llamada *Joya femenina de Alejandría* sobresalía al impartir clases de filosofía, historia y matemáticas, aunque, tras la destrucción del templo de Serapis, lo hacía sólo en su casa. Dentro de sus aportes, podemos mencionar la revisión del Canon astronómico y el estudio del movimiento de los astros, ser la comentadora de obras importantes como *La aritmética* de Diofanto, *Las cónicas* de Apolonio y *El almagesto* de Ptolomeo. Aunque, podemos señalar que Hipatia sentía una fascinación especial por las secciones cónicas, esto es, la circunferencia, la elipse, la parábola y la hipérbola.

Hipatia en el amor

Una de las anécdotas más recordadas en torno a la personalidad y convicciones de Hipatia, es aquella que nos refiere la lección que dio a uno de sus muchos

pretendientes amorosos: la bella filósofa le mostró al joven el paño higiénico con que ella acostumbraba limpiar su sangre menstrual. Con esta drástica determinación, quería mostrar cómo el ingenuo joven no amaba la belleza en sí misma, sino simplemente una condición vinculada con la fertilidad y con los simbolismos de la imperfección del cuerpo, en oposición a la perfección que busca la filosofía.

El contexto de la muerte de Hipatia

La época en la cual se inscribe la vida de la gran matemática, se caracteriza por el enfrentamiento violento de dos grandes ideologías. Por un lado, tenemos al orden antiguo, defensor del imperio greco-romano; en el otro extremo, tenemos la expansión del poder cristiano.

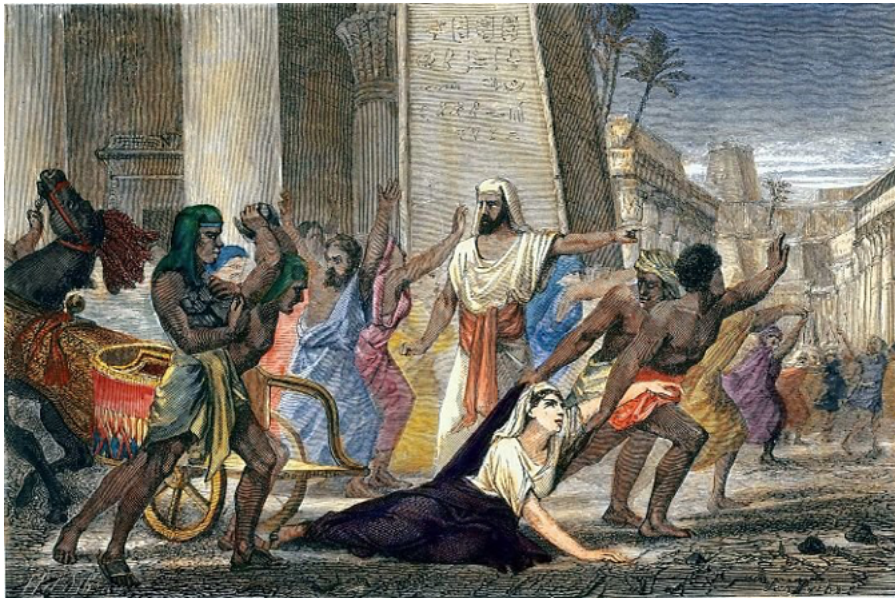
Como pagana, científica y personaje político influyente, Hipatia se negó a convertirse al cristianismo. Por esta razón, durante la cuaresma del año 415, la joven matemática es acusada de ejercer sobre Orestes una influencia contraria a Cirilo. La sentencia en su contra es una de los actos más vergonzosos y cobardes de la historia de la humanidad, ya que fue asesinada a manos de una turba exaltada de cristianos. La descripción que se guarda de este terrible acto es tétrica en cuanto a sus detalles: *La arrancaron de su carruaje; la dejaron totalmente desnuda; le tasajearon la piel y las carnes con caracoles afilados, hasta que el aliento dejó su cuerpo; descuartizaron su cuerpo.*

Lo más inexplicable es ¿por qué el final de esa macabra historia de intolerancia y sangre, el patriarca Cirilo fue santificado en el año 444? Obispos e historiadores cristianos posteriores coincidieron en que la culpa de todo fue de la satánica bruja Hipatia y que Cirilo obró bien, del modo adecuado. Se cree que la matemática fue asesinada cuando tenía o estaba cerca de los 60 años.



Algunos homenajes a Hipatia

Como homenaje a la gran astrónoma y matemática de Alejandría, tanto un asteroide como uno de los cráteres de la luna llevan su nombre. Además, en el Vaticano



La muerte de Hipatia de Alejandría, ilustración del libro del siglo XIX "Vidas de científicos ilustres".

existe un fresco enorme que lleva por título "La escuela de Atenas", dedicado a las mayores perlas del pensamiento griego. Entre los titanes ahí incluidos, sobresale una figura que rompe con la de todos los demás. Es una mujer rubia, un tanto de espaldas, en una posición que revela la osadía de haber pertenecido a un círculo históricamente reservado a los hombres: Hipatia de Alejandría.

Reflexión final

La vida y muerte de Hipatia ponen en evidencia cómo los poderes social, político y religioso pueden interrumpir el avance científico y cultural de la humanidad. Sin duda, el fanatismo religioso, la prohibición de la libertad de pensamiento, la intolerancia, las desigualdades sociales y de género desestabilizan el crecimiento de una civilización. Por último, la destrucción del legado cultural (bibliotecas, museos, reliquias) y la aniquilación de las mentes pensantes, hacen de los pueblos sitios donde la pobreza se multiplica, incrementando el sufrimiento, las enfermedades, la falta de educación y, por ende, obstaculizando la calidad de vida. ☯

REFERENCIAS:

- Cajal, A. (21 de Julio de 2020). *Lifeder*. Recuperado el 20 de Octubre de 2021, de Las 13 frases de Hipatia de Alejandría mas importantes: <https://www.lifeder.com/frases-hipatia-alejandria/>
- Dzielska, M. (2003). *Hipatia de Alejandría*. (J. L. Muñoz, Trad.) España: Siruela.
- Navarro, J. (2019). *Mujeres Matemáticas*. Barcelona: RBA Libros.
- Salvador, A. (2015). *STUDYLIB*. Recuperado el 20 de Octubre de 2021, de La historia como recurso: Biografía de mujeres matemáticas.: <https://studylib.es/doc/4769270/la-historia-como-recurso--biograf%C3%ADas-de-mujeres-matem%C3%A1ticas>
- Vaquerizo, E. (2009). *La última noche de Hipatia*. (Alcalá, Ed.) España: Fareso.



PROBLEMAS

**Florencio Vera Butanda**

Contacto: flrencio_vb@hotmail.com

Para la sección de este número, hemos elegido cinco problemas que pondrán a prueba tus conocimientos sobre sucesiones, factorización y transformaciones de expresiones algebraicas. Esperamos que los disfrutes.

Problema 1: Suponga que $x + \frac{1}{y} = 1.5$ y que $y + \frac{1}{x} = 3$. ¿Cuál es el valor de $\frac{x}{y}$?

Problema 2: Dado que $x + \frac{1}{x} = 3$, ¿Calcule el valor de $x^6 + \frac{1}{x^6}$?

Problema 3: La sucesión 24, x , y , z , 60 es aritmética. ¿Cuál es el valor de $x + y + z$?

Problema 4: Las soluciones para la ecuación $2x^2 + 8x + 17 = 0$ son p y q . Calcule $p^2 + q^2$.

Problema 5: Si $(2^4)(4^3)(8^{16})(16^{32}) = 32^x$, encuentre x .

Solución de los primeros cinco problemas del primer número de la revista *Saber Matemático*. 🌀

Problema 1. Solución: $d=64a$

Problema 2. Solución: $a=4$

Problema 3. Solución: $\text{Área}=36$ unidades cuadradas

Problema 4. Solución: $n=4$

Problema 5. Solución: $A=35$





El Colegio de Ciencias y Humanidades Plantel Naucalpan, la Jefatura de sección del Área de Matemáticas y la Coordinación de Biblioteca



CONVOCA

A todos los docentes de la Escuela Nacional Colegio de Ciencias y Humanidades, académicos universitarios y estudiantes a participar en el

tercer número de la revista *Saber Matemático*

cuyo eje guía será:

La Ciencia y las Matemáticas a través de su historia

Algunos subtemas de interés son: Hitos en la historia de la ciencia, historia de las matemáticas las revoluciones científicas, libros antiguos, problemas matemáticos que marcaron una época, personajes de la ciencia y las matemáticas y máquinas y artefactos matemáticos.

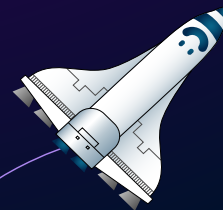
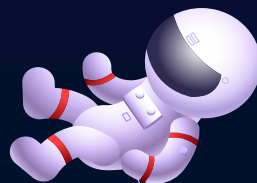
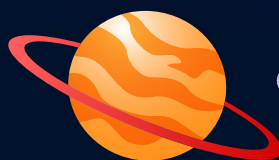
Bases

Los participantes podrán contribuir con artículos de divulgación, ensayos, discusiones, propuestas pedagógicas para el aula, biografías, resolución de problemas o reseñas. Los textos recibidos serán sometidos a dictaminación y deberán contar con las siguientes características:

- La extensión de los escritos es de 2 a 6 cuartillas. Se aceptará una extensión mayor en los casos que el comité editorial lo considere pertinente.
- Los textos deben estar escritos en Word, fuente Times New Roman 12 puntos e interlineado 1.5 y referencias en formato APA.
- Todos los textos deben ser inéditos y dirigidos a estudiantes y académicos del Colegio. La dictaminación se llevará a cabo en un plazo no mayor a 30 días posteriores a la recepción.

• Los trabajos serán enviados al correo **RevistaSaberMatematico@gmail.com** con atención al profesor David Sánchez. Se deberá incluir un resumen del trabajo escrito no mayor a 10 líneas y una síntesis curricular que no exceda las 5 líneas.

La fecha límite de recepción de trabajos es el 30 de abril de 2022.





Revista *Saber Matemático*, Núm. 2 es una
publicación digital editada y formada en
el Colegio de Ciencias y Humanidades
Plantel Naucalpan, marzo 2022.

