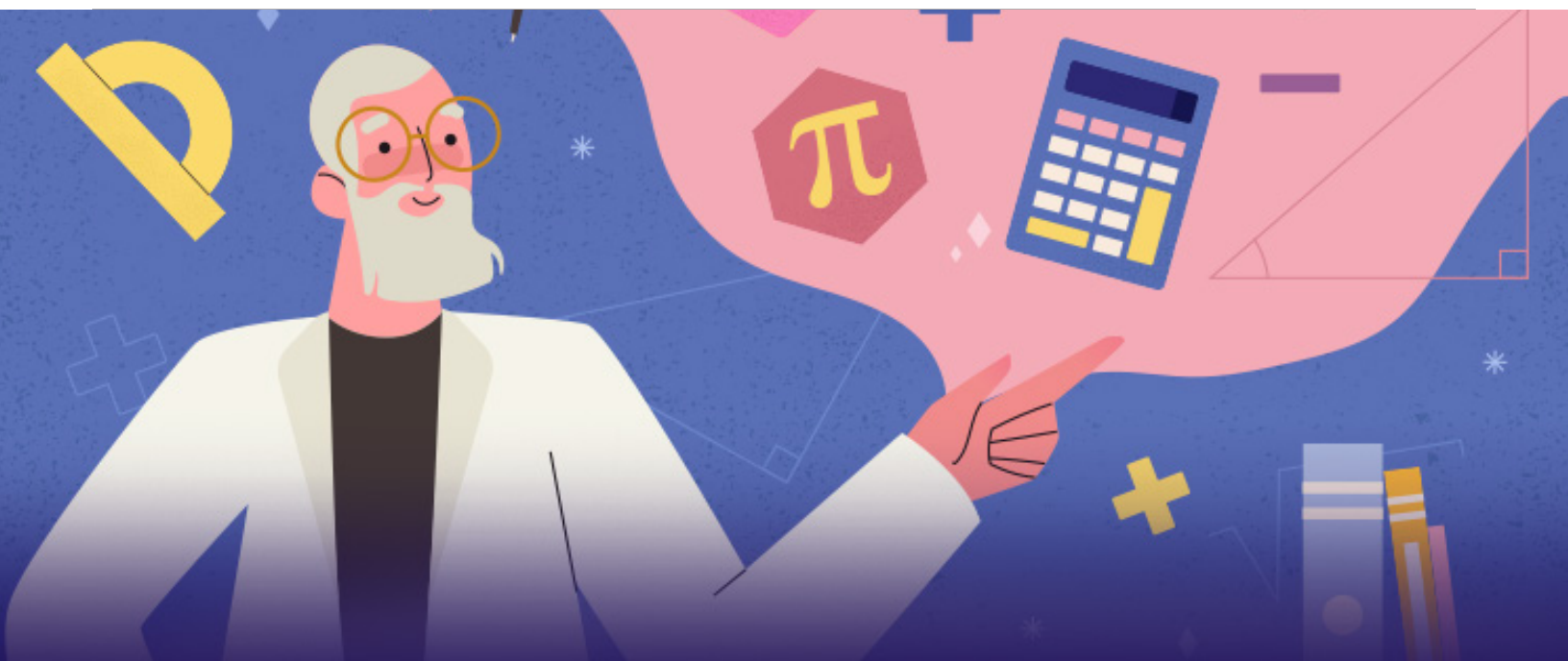




CCH Naucalpan

Saber Matemático

Número 1 • Agosto 2021 • Jefatura de Sección del Área de Matemáticas



Primeros registros de numeración y lógica proposicional

Pág. 6/8

Biografías

Russel, Bertrand,
Georges Ifrah,
Roger Penrose
Pág. 10



TIC's

La Tortuga de
Geogebra
Pág. 13



Problemas

Pág. 17
Juegos
Pág. 18





$$x \Rightarrow x = 7$$



$$\sin(-x)$$

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = 3$$

$$\frac{h^2}{a^3 b}$$

$$G(x) + R$$

$$\frac{\sin(-x)}{\sqrt{x[r^2]}}$$

$$\sqrt{\frac{21}{n-1}}$$

$$\pi = 3$$

$$\pi r^2 = 3 \cdot R$$

$$\frac{4}{12}$$

$$\frac{x+1}{p}$$

$$\frac{x}{d}$$

$$V(x) = \sqrt{9}$$

$$\frac{ctd = x}{x+y = ? a}$$

$$\frac{X(x+1)}{h^2 \sqrt{14}}$$

$$\frac{\sum(14)}{2}$$

$$\frac{x^2}{y+1}$$

$$\frac{P(x)}{Q(x)}$$

$$\frac{a^3}{b}$$

$$\sqrt{\frac{\arccos(z)}{4}}$$

$$\frac{ctd = x}{z^2 + 142}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{14}$$

$$\frac{114 \times 16 + 29}{x}$$

$$\frac{x \Rightarrow x = 7}{x \Rightarrow x = 7}$$

$$\frac{\sin(-x)}{\sqrt{x[r^2]}}$$



$$\frac{a^2 + b^2}{r^2}$$

$$\frac{a^2 + b^2}{c^2}$$

$$\frac{14}{29}$$

$$\frac{a^3}{b+1} = \frac{n-1}{7} x \sum 14 \sqrt{149}$$

$$\frac{\pi = 3, 14}{261} x + 4 = 2$$

$$\sum (\sqrt{14} + (a^2 + c^2) x y \frac{\sqrt{n-1}}{3} x$$

Saber Matemático

.....

Primeros registros de
numeración y lógica
proposicional

.....





UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

Dr. Enrique Graue Wiechers
Dr. Leonardo Lomelí Vanegas
Dr. Alfredo Sánchez Castañeda
Dr. Luis Álvarez Icaza Longoria
Dr. Alberto Ken Oyama Nakagawa
Lic. Raúl Arcenio Aguilar Tamayo
Mtro. Néstor Martínez Cristo

RECTOR
 SECRETARIO GENERAL
 ABOGADO GENERAL
 SECRETARIO ADMINISTRATIVO
 SECRETARIO DE DESARROLLO INSTITUCIONAL
 SECRETARIO DE PREVENCIÓN Y SEGURIDAD UNIVERSITARIA
 DIRECTOR GENERAL DE COMUNICACIÓN SOCIAL

ESCUELA NACIONAL COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES

Dr. Benjamín Barajas Sánchez
Mtra. Silvia Velasco Ruiz
Lic. Rocío Carrillo Camargo
Lic. María Elena Juárez Sánchez
Mtra. Martha Patricia López Abundio
Lic. Miguel Ortega del Valle
Lic. Mayra Monsalvo Carmona
Lic. Gema Góngora Jaramillo
Lic. Héctor Baca Espinoza
Ing. Armando Rodríguez Arguijo

DIRECTOR GENERAL
 SECRETARIA GENERAL
 SECRETARIA ADMINISTRATIVA
 SECRETARIA ACADÉMICA
 SECRETARIA DE SERVICIOS DE APOYO AL APRENDIZAJE
 SECRETARIO DE PLANEACIÓN
 SECRETARIA ESTUDIANTIL
 SECRETARIA DE PROGRAMAS INSTITUCIONALES
 SECRETARIO DE COMUNICACIÓN INSTITUCIONAL
 SECRETARIO DE INFORMÁTICA

PLANTEL NAUCALPAN

Mtro. Keshava R. Quintanar Cano
Mtra. V. Berenice Ruiz Melgarejo
Lic. Damián Feltrín Rodríguez
Mtra. Teresa de Jesús Sánchez Serrano
Mtra. Angélica Garcilazo Galnares
Lic. María Guadalupe Sánchez Chávez
Lic. Miguel Zamora Calderilla
Biól. Guadalupe Hurtado García
Lic. Mireya A. Cruz Reséndiz
I. Q. Carmen Tenorio Chavez
Lic. Isaac H. Hernández Hernández
Lic. María Guadalupe Peña Tapia
L.D.G. Reyna I. Valencia López

DIRECTOR
 SECRETARIA GENERAL
 SECRETARIO ACADÉMICO
 SECRETARIA ADMINISTRATIVA
 SECRETARIA DOCENTE
 SECRETARIA DE ADMINISTRACIÓN ESCOLAR
 SRIO. DE APOYO AL APRENDIZAJE Y CÓMPUTO
 SECRETARIA DE SERVICIOS ESTUDIANTILES
 SECRETARIA DE ATENCIÓN A LA COMUNIDAD
 SECRETARIA TÉCNICA DEL SILADIN
 SECRETARIO DE ARTE Y CULTURA
 JEFA DE LA UNIDAD JURÍDICA
 COORDINADORA DE GESTIÓN Y PLANEACIÓN

Contenido

Presentación.....	4
Editorial.....	5
Primeros registros de la Numeración Actual.....	6
• ¿Sabías que?.....	7
Lógica proposicional.....	8
Biografías	
• Russel, Bertrand.....	10
• Georges Ifrah -La naturaleza y el cuerpo humano son las primeras máquinas de contar.....	11
• Roger Penrose - Explorando el espacio entre los espacios.....	12
Las Tic's	
• La Tortuga de GeoGebra.....	13
Problemas.....	17
Juegos	
• Acertijo.....	18
• Sudoku.....	18
Fotos.....	20
Referencias.....	21
Colaboradores.....	22
Comité Editorial.....	22



Presentación



No hay rama de la matemática, por abstracta que sea, que no pueda aplicarse algún día a los fenómenos del mundo real.

Nikolay Lobachevsky

Día con día, en la vida académica del Colegio, los alumnos construyen su pensamiento matemático, aspecto que está relacionado con el ser humano mucho más de lo que podemos imaginar; sin embargo, en nuestro proyecto editorial era necesario un espacio para reflexionar, jugar y pensar con las Matemáticas. Por ello, resulta pertinente la propuesta de la revista *Saber matemático*, presentada por el Seminario de Profesores de Carrera del CCH Naucalpan, creada con la colaboración de docentes del área de Matemáticas de los turnos matutino y vespertino.

En esta emisión inaugural, nos remitiremos a los primeros registros de la numeración, desde una perspectiva que nos invita a comprender los números como fuente de historia y la base de actividades cotidianas de culturas milenarias. Resulta fascinante leer el origen de cifras específicas y su relación con el universo. Asimismo, hallaremos una sección de biografías dedicada a enigmáticas personalidades que nos hacen dar cuenta de cómo es posible vincular a la disciplina matemática con los acontecimientos de nuestra vida e ir más allá, pues hay quienes realizan estudios para describir matemáticamente la consciencia humana.

De igual manera, en la revista se reflexiona en torno a la enseñanza y al aprendizaje de las ciencias y las tecnologías, especialmente a la Programación, Computación y Matemáticas. En este sentido, se habla de *Geogebra*, herramienta que ayuda a los alumnos a resolver problemas de manera lúdica. Después de dar un viaje por artículos que sin duda van a despertar la curiosidad de los lectores, se encuentra un apartado de problemas, así como de acertijos y sudokus que pondrán a prueba nuestras habilidades. Finalmente, una de las partes más disfrutables, es la sección de fotografía, en esta ocasión dedicada a la perfección de las proporciones humanas.

Agradecemos a todas y todos los colaboradores, así como a los miembros del comité editorial Juan Carlos Ramírez Maciel, Blanca Cecelia Cruz Salcedo y Paola Tamayo López, por complementar el proyecto editorial del CCH Naucalpan con estos espacios de recreación y razonamiento. Así mismo reconocemos a Susana Covarrubias Ariza y a Josué David Sánchez por el inicio y la culminación de este importante proyecto editorial para nuestro plantel.

Finalmente, sean bienvenidos al número uno de la revista *Saber matemático*, un lugar para disfrutar de las revelaciones numéricas y hallar la ciencia matemática en cada uno de nuestros pasos. 🌀

Mtro. Keshava R. Quintanar Cano
Director del CCH Naucalpan

Editorial



Lo importante es no dejar de hacerse preguntas.
Albert Einstein

Es un gusto por parte del Seminario de Profesores de Carrera del CCH Naucalpan, presentar la nueva revista Saber matemático. El contenido se crea con la colaboración de los profesores del área de matemáticas de los turnos matutino y vespertino. El propósito de la revista es difundir información matemática, que ayude a despertar el interés en los alumnos y contar con un material ligero que los profesores puedan disfrutar y recomendar, es un reto grande, y conseguir que llene todas nuestras expectativas aún más, sin embargo, lo iremos adaptando según las necesidades generales de la comunidad CCHera, esperamos que este trabajo sea muy bien recibido por parte de nuestra comunidad. 🌀

Comité Editorial



Primeros registros de la Numeración Actual

Respecto a el origen de los números y a sus representaciones escritas según los datos que se han recabado a lo largo de la historia, dan evidencia de que tuvo muchos protagonistas en diferentes culturas y regiones del planeta y su desarrollo se dio a lo largo de varios milenios.

Se creó que probablemente el comercio fue uno de los principales motores de la creación de registros escritos y orales, el desarrollo humano llegó a un punto tal en donde el pensamiento requirió una manera de recordar cantidades concretas para poder contabilizar.

Para el conteo de cantidades se requería la utilización de dedos de los pies y manos, frente, nariz, pecho, hombro, genitales, rodillas y tobillos. Por ejemplo, pueblos como los Elema de Papúa de Nueva Guinea, los Bosquimanos de África del Sur, los indígenas de Chaco en Paraguay así como otras culturas, aún utilizan un método corporal para contar hasta 17, 29 o 33 de manera visual. Sin embargo, es necesario tener nuevas formas de representación para el conteo de cantidades mayores.

De esta necesidad se comenzaron a desarrollar diversas formas para representar de manera escrita los números; se crearon los sistemas aditivos como los de los egipcios, los adito-multiplicativos como los de los números romanos, o los posicionales como los de los mayas o los de los indios. Fue hasta el siglo XV o XVI, que se empezaron a conocer los números que hoy conocemos como símbolos arábigos y que permitieron el desarrollo de la aritmética.

Nuestro sistema numérico actual tiene origen Indio que consta de 10 símbolos $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ y con ellos se pueden construir cantidades tan grandes como se deseen. El diseño de las cifras arábigas que hoy en día utilizamos, tiene varias hipótesis, una de ellas es que cada diseño gráfico del número está relacionado con el número de ángulos menores o iguales que 90° , es decir “un ángulo” para el numeral 1, “dos ángulos” para el número 2, y así sucesivamente.

Hoy en día el uso de esta representación es una de las formas más universales de comunicarnos cuando nos referimos a la contabilización de cantidades, estas representaciones pueden ser comprendidas en todo el mundo, como se observa en los billetes, monedas y calendarios que se usan alrededor del mundo.🌀

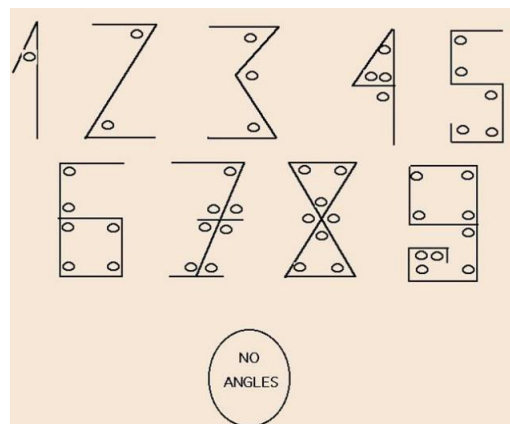
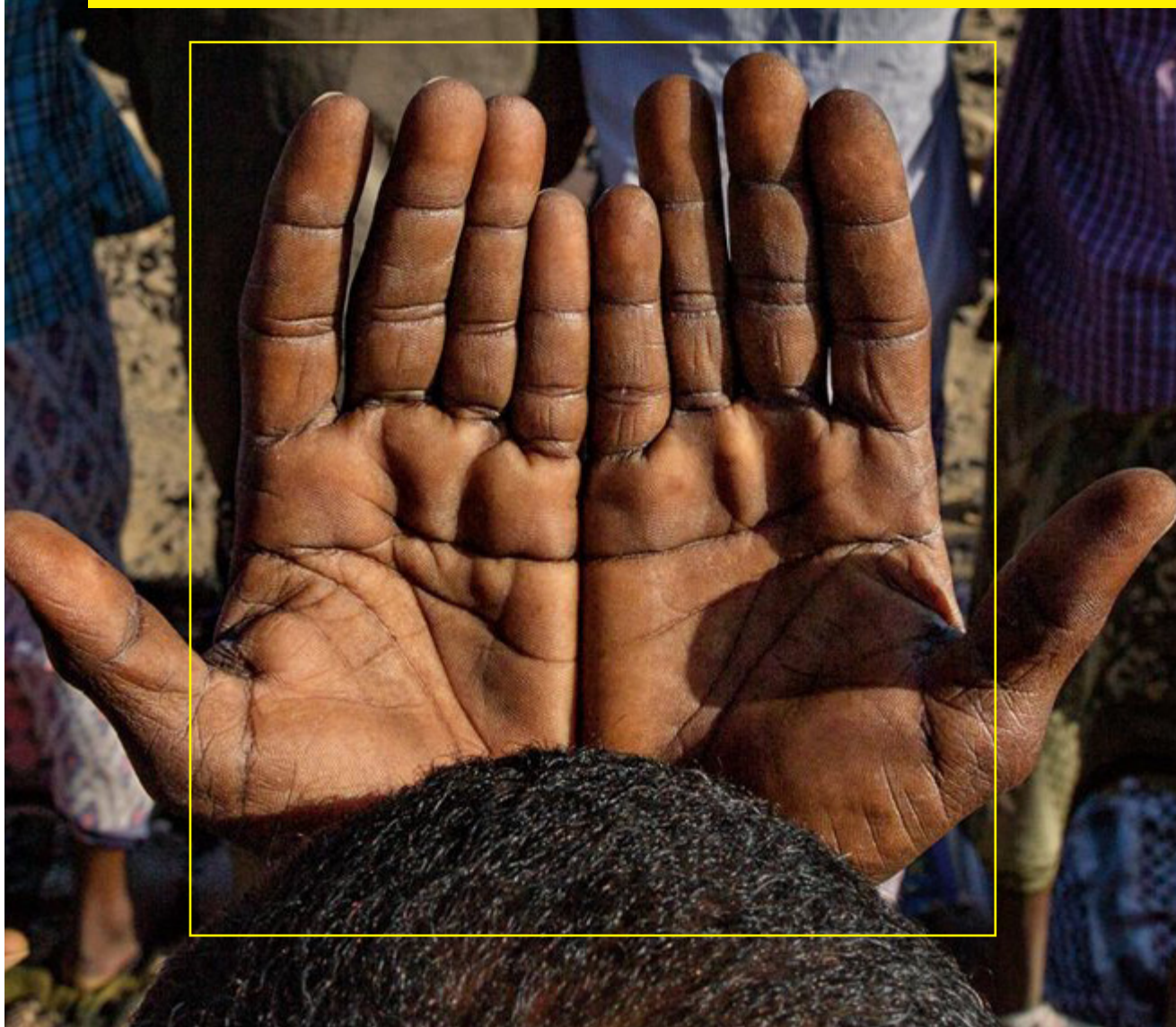


Figura 1. Diseño de la representación de los números con respecto a cantidad de ángulos.

¿Sabías que?

Las cifras de “uno” a “nueve”, se inventaron en la India antes de nuestra era. Aparecen en las inscripciones de Nana Ghat, en el siglo III a. C. Pero el principio de la posición no se había aplicado todavía, ni tampoco se detecta la presencia del “cero”. La numeración de posición con un “cero” se inventó en la India, en el transcurso del siglo V de nuestra era. En 458 apareció el *Lokavibhaga* (“La parte del universo”), un tratado de cosmología escrito en sánscrito. En él se ve el número “catorce millones doscientos treinta y seis mil setecientos trece” escrito según el principio de posición con el solo empleo de ocho cifras: 14.234.713 (en el texto, las cifras están escritas con todas las letras y de derecha a izquierda: “tres”, “uno”, “siete”, “cuatro”, “tres”, “dos”, “cuatro”, “uno”. En este texto aparecen igualmente las palabras *sunya*, “el vacío”, que representa al “cero”. Éste es, hoy por hoy, el documento más antiguo que hace referencia a esta numeración. ☺



Lógica proposicional

La Matemática se divide en aritmética, álgebra, geometría analítica, funciones, conjuntos, etc., que coadyuva al aprendizaje del alumno. Así también existe una vertiente llamada lógica, que es una ciencia formal que estudia la estructura o formas del pensamiento humano (como proposiciones, conceptos y razonamientos) para establecer leyes y principios válidos para obtener criterios de verdad. Dentro de esta, existe una rama llamada lógica proposicional que estudia las variables proposicionales o sentencias lógicas, sus posibles implicaciones, evaluaciones de verdad y en algunos casos su nivel absoluto de verdad. Algunos autores también la identifican con la lógica matemática o la lógica simbólica, ya que utiliza una serie de símbolos especiales que lo acercan al lenguaje matemático, como se muestra:

CONECTIVO	EXPRESIÓN EN EL LENGUAJE NATURAL	EJEMPLO	SÍMBOLO	SÍMBOLOS ALTERNATIVOS
Negación	no	No está lloviendo.	$\neg$	$\sim$
Conjunción	y	Está lloviendo y está nublado.	$\wedge$	$\&$
Disyunción	o	Está lloviendo o está soleado.	$\vee$	
Condicional material	si... entonces	Si está soleado, entonces es de día.	$\rightarrow$	$\supset$
Bicondicional	si y sólo si	Está nublado si y sólo si hay nubes visibles.	$\leftrightarrow$	$\equiv$
Negación conjunta	ni... ni	Ni está soleado ni está nublado.	$\downarrow$	
Disyunción excluyente	o bien... o bien	O bien está soleado, o bien está nublado.	$\leftrightarrow$	$\oplus, \neq, W$

Figura 2. Conectivos Lógicos y su representación

A continuación, se muestra la simbolización de las tablas para la lógica proposicional.

Conjunción “y”

P	Q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Disyunción “o”

P	Q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Condicional “sí...entonces”

P	Q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Bicondicional “sí y solo sí”

P	Q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Biografías

Russel, Bertrand

Bertrand Arthur William Russell (Trelleck, 1872 - Plas Penrhyn, 1970) fue un filósofo y matemático británico. Publicó un gran número de libros sobre lógica, epistemología y muchos **otros** temas.

Russell hizo revolucionarias contribuciones a los fundamentos de las matemáticas y al desarrollo de la lógica formal contemporánea, así como a la filosofía analítica. Sus contribuciones relativas a las matemáticas incluyen el descubrimiento de la paradoja de Russell, su defensa del logicismo (la visión de que las matemáticas, en cierto grado, pueden reducirse a la lógica formal), su introducción a la teoría de tipos y el haber refinado y popularizado el cálculo predicado de primer orden. Junto con Kurt Gödel se le considera como uno de los dos lógicos más importantes del siglo veinte.

La paradoja de Russell surgió en conexión con el conjunto de todos los conjuntos que no son elementos de sí mismos. Tal conjunto, de existir, sería elemento de sí mismo si y sólo si no es elemento de sí mismo. El significado de la paradoja se obtiene puesto que en la lógica clásica todas las afirmaciones involucran una contradicción. A los ojos de muchos matemáticos (incluidos David Hilbert y Luitzen Brouwer) parecía que no era posible confiar en ninguna demostración, dado que la lógica que aparentemente subyace a todas las matemáticas era contradictoria.

La paradoja se puede expresar con varios ejemplos informales, aquí te dejamos una versión de la paradoja del barbero, escrita por López Mateos.

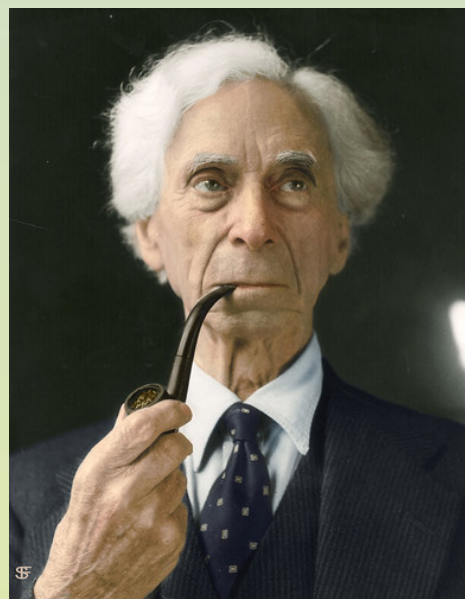


Figura 3. Fotografía de Rusell Bertrand.

En un lejano poblado de un antiguo emirato había un barbero llamado As-Samet diestro en afeitar cabezas y barbas, maestro en escamondar pies y en poner sanguijuelas. Un día el emir se dio cuenta de la falta de barberos en el emirato, y ordenó que los barberos solo afeitaran a aquellas personas que no pudieran afeitarse. Y así mismo impuso la norma de que todo el mundo se afeitase, (no se sabe si por higiene, por estética, o por demostrar que podía imponer su santa voluntad y mostrar así su poder). Cierta día el emir llamó a As-Samet para que lo afeitara y él le contó sus angustias:

—En mi pueblo soy el único barbero. No puedo afeitar al barbero de mi pueblo, ¡que soy yo!, ya que si lo hago, entonces puedo afeitarme por mí mismo, por lo tanto ¡no debería afeitarme! pues desobedecería vuestra orden. Pero, si por el contrario no me afeito, entonces algún barbero debería afeitarme, ¡pero como yo soy el único barbero de allí!, no puedo hacerlo y también así desobedecería a vos mi señor, oh emir de los creyentes, ¡que Allah os tenga en su gloria!

El emir pensó que sus pensamientos eran tan profundos, que lo premió con la mano de la más virtuosa de sus hijas. Así, el barbero As-Samet vivió para siempre feliz y barbón. ☯

Georges Ifrah

La naturaleza y el cuerpo humano son las primeras máquinas de contar

Georges Ifrah (Marraquech 1947-2019) Fue profesor de matemáticas, autor francés e historiador autodidacta de las matemáticas, especialmente de los números.

Su libro *Historia universal de las cifras* ha vendido más de 175,000 ejemplares y se ha traducido a ocho idiomas, escribirlo le tomó más de veinte años. Mientras buscaba documentación, descubrió que:

Los guerreros Masai antes de partir para la batalla depositaban una piedra en el suelo; cuando regresaban la recogían y el número de muertos se deducía por el montón de guijarros que quedaban.

Ifrah, que es conocido en Francia como el Indiana Jones de los números, ha estado en El Cairo, Bagdad, Pekín y Filadelfia, y ha visitado las ruinas de Pompeya y las pirámides mayas de Quiringuá recogiendo información y testimonios relativos a las costumbres, pasadas o presentes, de la historia de las cuentas. En todo ese tiempo, tratando de investigar las etapas sucesivas del pensamiento matemático, lo que más le ha impresionado es descubrir en que tiempo el hombre aprendió a contar, tuvo acceso por primera vez a la abstracción y descubrió el cero. Este hallazgo le fascinó, incluso, desde el punto de vista simbólico, pues el 1, ha sido representado universalmente como el símbolo de la verticalidad o como el del sexo del hombre frente al 2, que fue la representación de la mujer. También en su libro, narra la historia de un pueblo de Madagascar en el que:

Para contar el número de soldados de su ejército, estos pasaban en fila y cada uno depositaba un guijarro en una pequeña zanja en el suelo, cuando llegaba el décimo, este extraía las 10 piedras y en su lugar colocaba una en una segunda hendidura, reservada para las decenas. Y se continuaba colocando guijarros en el primer hoyo hasta que este se llenaba de nuevo con 10 piedras, con el soldado 20, se vaciaba esa primera cavidad y se colocaba un segundo guijarro en la segunda. Cuando la segunda zanja llegaba a tener diez piedras, se extraían y se colocaba una de ellas en una tercera hendidura, la de las centenas, y así sucesivamente. De manera que, si al terminar de pasar los guerreros había 3 guijarros en la primera zanja, 7 en la segunda y 4 en la tercera, el número de guerreros era 473. Esa misma idea es la que es la que se utiliza en el ábaco.

Ifrah dejó la enseñanza, en 1974, cuando daba clases en un colegio suizo, al descubrir que no podía contestar a preguntas de sus alumnos del tipo de ¿de dónde viene el cero? o ¿cómo contaban los egipcios?. Empezó entonces el largo camino que le llevó a escribir su *Historia universal de las cifras*. Ifrah, sostiene, en contra de lo que mucha gente piensa, que las cifras “no son una exclusiva del Ministerio de Hacienda, puesto que magos, poetas y escritores hacen uso constante de ellas”. 🌀



Figura 4. Fotografía de Georges Ifrah.

Roger Penrose

Explorando el espacio entre los espacios

Si Roger Penrose es un reconocido matemático y físico teórico inglés que el próximo agosto cumplirá 90 años de edad. Actualmente es profesor emérito de matemáticas en la Universidad de Oxford. Es miembro de la Royal Society desde 1972, y en 1994 fue nombrado caballero.

En 1965, probó junto a Stephen Hawking que la existencia de los agujeros negros era matemáticamente posible, predicción que se vio confirmada fehacientemente en 2019 con la primera fotografía real de un agujero negro (si bien durante los años precedentes se habían encontrado numerosas evidencias que apuntaban a la existencia de estos objetos astronómicos).

Es autor de numerosos best-sellers de divulgación científica, entre los que se encuentran “Lo pequeño, lo grande y la mente humana”, “La nueva mente del emperador” y “Sombras de la mente”. En ellos explora la posibilidad de una descripción matemática de la consciencia humana, trabajo que lo ha llevado a conjeturar que ninguna computadora podrá nunca llegar a ser tan inteligente como un ser humano: basándose en los teoremas de incompletitud de Gödel, Penrose postula que ningún sistema algorítmico (es decir, un sistema que siga órdenes programadas secuencialmente) tiene ni tendrá la capacidad de comprender y encontrar verdades que los seres humanos sí pueden discernir.

Penrose también adquirió celebridad gracias a sus trabajos en geometría, donde ha estudiado los patrones conocidos como *teselados*: arreglos en los cuales una superficie plana queda completamente cubierta por figuras que pueden ser regulares o irregulares sin dejar espacios vacíos y sin que las figuras se superpongan. Penrose puso particular atención a un tipo especial de teselación, que hoy lleva su nombre en su honor, y que se caracteriza por ser no-periódica y mostrar las propiedades físicas de un *cuasicristal*. 🌀

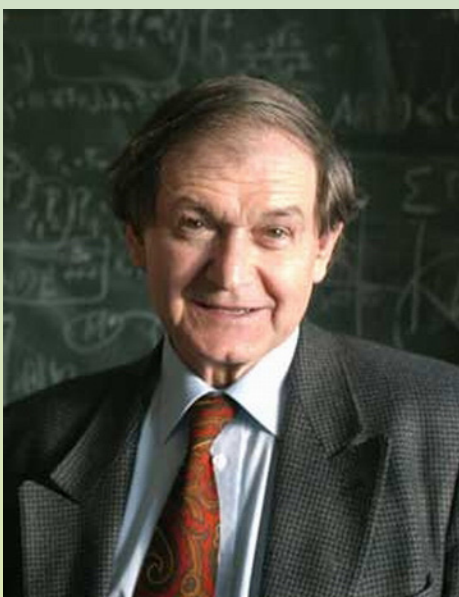


Figura 5. Fotografía de Roger Penrose.



Las Tic's

La Tortuga de GeoGebra

Estimado lector es grato escribir en este espacio y con ello aportar un granito de arena en la enseñanza aprendizaje de las ciencias y las tecnologías especialmente Computación, Programación, Matemáticas y Ajedrez.

En mi época estudiantil como aficionado al Ajedrez participaba en torneos y partidas (llamadas de carpa o de café). En cierta ocasión -memorable para mí- participé en una partida de Ajedrez y gané. Fui objeto de que el entonces profesor de Ajedrez en la FES-Acatlán, Alejandro Albarrán comentará mi triunfo en la columna “AJEDREZ” en la Gaceta central de la UNAM y por esa razón muchos estudiantes esperamos con emoción la siguiente Gaceta. De igual manera deseo crear en los lectores una adicción saludable a la lectura de esta revista de Matemáticas del CCH-Naucalpan.

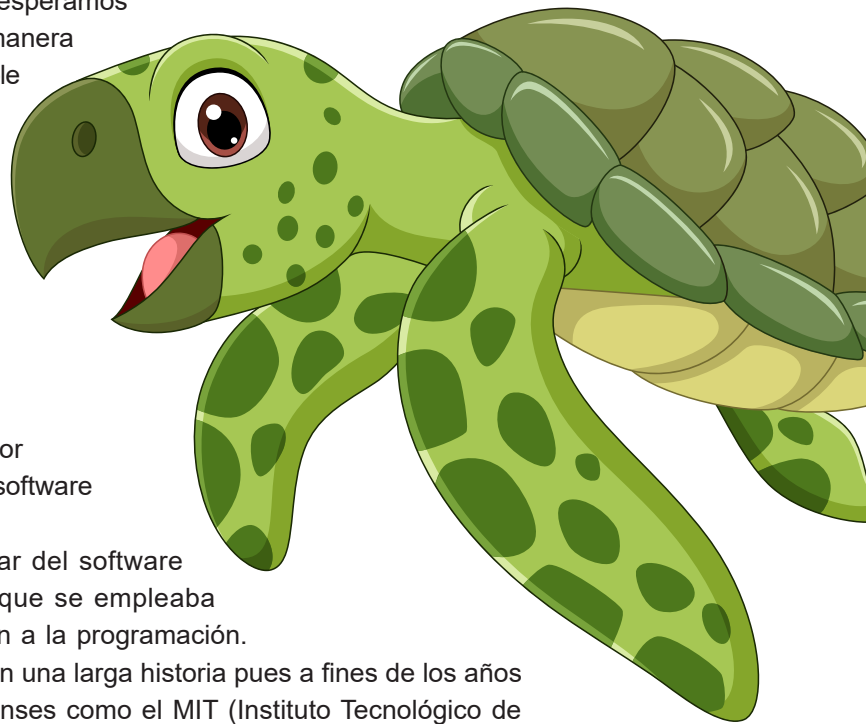
Ahora bien, la idea inicial era hablar aquí sobre una parte de GEOGEBRA la cual involucra a las Matemáticas y la Computación.

GeoGebra en un inicio se conocía como “software de Geometría Dinámica” pero con el tiempo fue agregando funciones, programas, adecuando viejas y nuevas herramientas. Por esas características se considera más que un software de geometría dinámica.

En mi juventud era extraño o raro hablar del software LOGO, este tenía icónicamente la tortuga que se empleaba para iniciar a los estudiantes de computación a la programación. En ese entonces este software ya contaba con una larga historia pues a fines de los años 60's en instituciones educativas estadounidenses como el MIT (Instituto Tecnológico de Massachusetts) se utilizaba con propósitos de enseñanza.

Por otra parte, en la actualidad en el CCH Naucalpan afortunadamente algunos profesores e investigadores todavía no lo desechan del todo, enseñan a sus alumnos a hacer fractales y como resolver problemas con este tipo de software pues lo consideran un gran motivador para los alumnos, despertando en ellos interés por la ciencia, arte y las tecnologías.

Los programas de estudios vigentes del Colegio de Ciencias y Humanidades en el área de Matemáticas, señalan que como docentes debemos fomentar en los alumnos técnicas de resolución de problemas. Algunos profesores, no todos, lo hacemos mediante LOGO- GEOGEBRA porque consideramos que como Saidón(1987), crear con LOGO será también



sin duda, una herramienta invaluable para el docente porque reúne la experiencia concreta de sus autores, las dificultades de clase, propuestas para otros niveles, recomendaciones prácticas y actividades sin computadoras que son introductorias de conceptos con LOGO-GEOGEBRA para aquellos casos donde la relación cantidad de alumnos-número de máquinas no es óptima.

GeoGebra retoma muchas ideas de LOGO al igual que otros lenguajes de programación modernos como Python, Kturtle, TortugArte que incluyen elementos didácticos (como el personaje de una tortuga) y creativos para encarar la enseñanza-aprendizaje de la computación y matemáticas entre otras asignaturas y disciplinas.

Estos elementos didácticos como la tortuga de GeoGebra resultan atractivos para chicos y grandes (estudiantes), en la práctica educativa se usan para hacer amigable la comunicación de los alumnos con las máquinas o las tecnologías (lenguajes de programación).

(Hurley, 1985) La práctica puede o no ser perfecta, pero la Física sin práctica es estéril, podemos utilizar la frase en el sentido que sin la Teoría (Matemática) la simulación de computadoras (GeoGebra) también es estéril.

La idea es “observar cómo utiliza el lenguaje tu propio proceso de razonamiento”, no enfrascarse en una sola manera de resolver el problema, sino también tomarse un momento para reflexionar los temas que aquí se tratan de manera muy superficial y esperamos que nuestros lectores se inspiren para explorar las leyes de la naturaleza con seguridad al simular los problemas en una computadora, dándole ordenes en GEOGEBRA a una tortuga sin temor de que le pueda pasar algo, pero sí, con la seguridad de que siempre será tu tortuga fiel y obedecerá tus órdenes.



Figura 6. Imagen propia -M@.64B52.

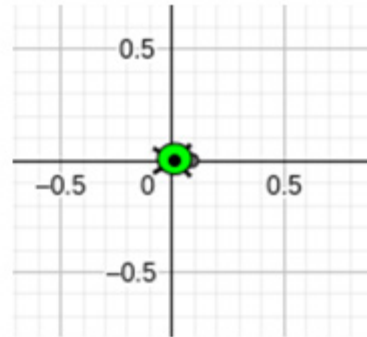
Otras ideas que se pretenden externalar serán:

1. Razonamiento cristalizado en un algoritmo.
2. Mostrar las tortugas LOGO-GEOGEBRA, que a partir de ahora nos referiremos como la “tortuga de GEOGEBRA”
3. Mostrar resolución de problemas con el binomio y sus aplicaciones en más disciplinas e incluyendo en las propias matemáticas y computación.
4. Se fomentará la investigación, en páginas como <http://www.geogebra.org> página oficial del software y en temas teóricos de matemáticas utilizar los recursos de la dirección general de bibliotecas UNAM, donde a la comunidad se le permite la consulta de documentos.
5. Abordar conceptos de Matemáticas, Computación, Tecnología, Software, Comandos, Funciones, GEOGEBRA, CALC, EXCEL.

Tortugas

Pasando a las reglas que se le instruyen a una tortuga en GEOGEBRA.

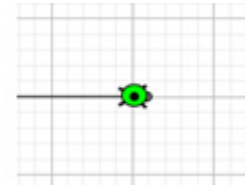
Comando-Instrucciones-Ordenes



Ya que tenemos la tortuga en la vista algebraica, regularmente se nombra tortuga1 en automático por GeoGebra entonces estamos listos para enseñarle a hacer lo que le pidamos.

1. El primer paso será enseñarle a caminar o a pintar en la siguiente figura se muestra la sintaxis general para que la tortuga obedezca.gen

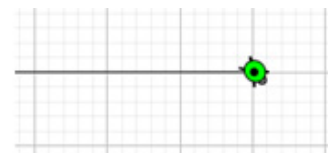
TortugaAvanza(<Tortuga>, <Distancia>)



El ejemplo sería TortugaAvanza(tortuga1, 5), el equivalente de la esta instrucción en lenguaje español sería algo así como tortuga avanza "Nombre de la tortuga" 5 unidades, tortuga1 5 unidades.

2. Hay que enseñarle a girar a la derecha: TortugaDerecha(tortuga1, 45°)

TortugaDerecha(<Tortuga>, <Ángulo>)

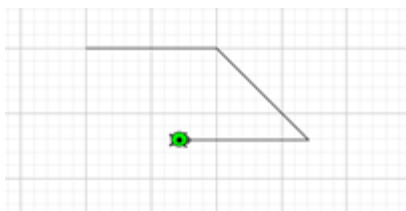


3. También se le puede decir a la tortuga que gire a la izquierda.: TortugaIzquierda(tortuga1, 45°)

TortugaIzquierda(<Tortuga>, <Ángulo>)



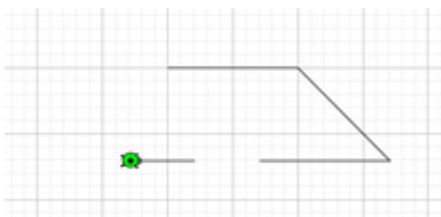
4. La tortuga también obedece si le decimos retrocede, funciona igual que avanza, aquí se muestra el efecto.



5. Se le puede decir a la tortuga que no pinte TortugaArriba(“nombre de la tortuga”) y para decirle que pinte TortugaAbajo(“nombre de la tortuga”). Se muestra los efectos tras un par de instrucciones.

TortugaAbajo(<Tortuga>)

TortugaArriba(<Tortuga>)



QUERIDO LECTOR

Bueno querido lector es tu turno de decir a la tortuga de GeoGebra como poder pintar un cuadrado.

Recomendaciones generales: no te tienes que desesperar, familiarizarte como la tortuga, como decían cuando era chico “la tortuga es tu amiga”, no golpees a la tortuga si no te entiende, no importa si no logras hacerlo a la primera, escribe lo que hiciste, la tortuga no tiene memoria, pero tu si, luego mejoraremos esos pasos para resolver problemas, le nombraremos algoritmos. 🌀





Problemas

1) Si $\sqrt{a} + \sqrt{a} = \sqrt{b}$

$$\sqrt{b} + \sqrt{b} = \sqrt{c} \text{ y}$$

$$\sqrt{c} + \sqrt{c} = \sqrt{d}$$

Escriba una expresión para d en términos de a .

2) Encuentre el valor de a si $12 \log 12 = 3a \log 3 + 2a \log 8$.

3) Encuentre el área de la región acotada por la curva $f(x) = x^2 - 14x + 52$ y la recta $g(x) = 12$.

4) En la expresión $\left(x^{\frac{1}{8}} + x^{\frac{1}{2}}\right)^9$ un término está en la forma Ax^n donde n es un entero. Encuentre n .

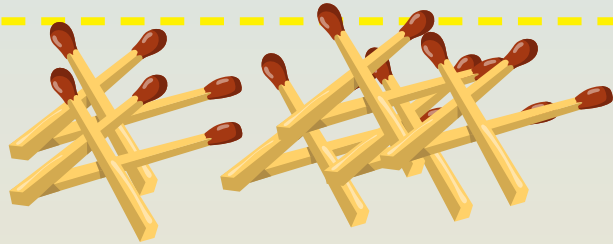
5) En la expresión $\left(x^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{3}{4}}\right)^7$ un término está en la forma Ax^4 . Encuentre A .

Respuestas en la próxima edición.

Juegos

Acertijo

Las cerillas



El jugador de turno vació sobre la mesa su caja de cerillas, distribuyéndolas en tres montones.

—¿Se dispone usted a hacer hogueras? —bromearon los presentes.

—El acertijo será con cerillas —explicó—. Tenemos tres montoncitos diferentes. En ellos hay en total 48 cerillas. No les digo cuántas hay en cada uno, pero observen lo siguiente: si del primer montón se mueven al segundo tantas cerillas como hay en este último, luego del segundo paso al tercero tantas cerillas como hay en el tercero, y, por último, del tercero paso al primero tantas cerillas como existen ahora en ese primero, resulta que habrá el mismo número de cerillas en cada montón.

¿Cuántas cerillas había en cada montón al principio?

Tomado de Collins M.S. (1998)

Sudoku

Cómo jugar: simplemente debes rellenar las celdas en blanco de tal forma que cada fila, columna y caja de 3x3 contenga los números del 1 al 9 sin repetirse.

No.1 Nivel: Normal

	2		5	6		7		
				2	8			
8	3	4					2	
				8	9			
7				4	5		6	3
4						2		
6	5	3			4		7	2
		8		3		5		
					7		8	6



No.2 Nivel: Difícil

	6	7		3		4		
	5		7	4			3	6
2				6				
8							5	
	9	2	3		7			
			8		2	3		
						5		7
				7			2	4
4		5	6		9		8	

No. 3. Nivel: Muy difícil

		8	9	5				3
4	3						7	
6	5							
		4	5			7		8
5	9		2				6	
8						4		
			7		8	6		5
		7	3				8	



Respuestas en la próxima edición.

FOTOS

Título de la fotografía: *La perfección del ser humano.*

La proporción divina es parte de la perfección humana. Si mides la distancia desde tu muñeca hasta donde termina tu dedo medio (14.9 cm) y lo divides entre lo que mide tu dedo medio (9 cm), en este caso son las medidas obtenidas a la mano de la fotografía, entonces $= 1.65$, nos damos cuenta de que es un aproximado al número áureo $\phi = 1.618.....$

En todo tu cuerpo podrás apreciar esa perfección, por ejemplo, también aparece el número áureo al obtener la proporción de mi estatura (153 cm) con la medida desde la planta de mis pies hasta mi ombligo (95 cm), al realizar la proporción. Otras partes del cuerpo en donde se puede observar la proporción divina es: la cara, las piernas, los brazos, entre otros. ¡Es realmente extraordinario que en tu cuerpo encuentras esta proporción y por supuesto las matemáticas! 🌀



Figura 6. Fotografía. Autora: Profesora
Elia Edith Zamora Paniagua del CCH
Naucalpan

Referencias

Primeros Registros de Numeración	Guej D. (2011). El imperio de los números DESCUBRIR LA CIENCIA Y LA TECNOLOGÍA. Edit. Blume. Palmas, S. (2011). Las representaciones de los números. Un acercamiento antropológico. En Ciencia UNAM. Recuperado de: http://ciencia.unam.mx/leer/38/Las_representaciones_de_los_numeros_Un_acercamiento_antropologico Teorías fantásticas sobre el origen de la grafía de las cifras (2014). Diapositiva del PowerPoint en la que se observa la grafía de cada cifra con exactamente el número de ángulos que tiene el número que representa [Figura 1]. Recuperado de: https://culturacientifica.com/app/uploads/2014/06/imagen-1.jpg
Lógica Proposicional	Villalpando Becerra J. F. / García Sandoval A. (2014). Matemáticas Discretas: Aplicaciones y Ejercicios. México. Grupo Editorial Patria. Suppes-Hill. (1985). Introducción a la Lógica matemática. Barcelona. Edit. Reverté. Lógica Proposicional, Tablas de Verdad e Inferencias (2012). Tabla de conectividades lógicas [Figura 2]. Recuperado de: https://revolutionblogg.wordpress.com/2012/12/19/logica-proposicional-tablas-de-verdad-e-inferencias/
Problemas	Bulajich Manfrino R./ Gómez Ortega J. A. Geometría. (2010). Ejercicios y Problemas. Cuadernos de Olimpiadas de Matemáticas. Instituto de Matemáticas, UNAM, 2010. Bulajich Manfrino R./ Gómez Ortega J. A./ Valdez Delgado R. Álgebra. (2016). Cuadernos de Olimpiadas de Matemáticas. Instituto de Matemáticas, UNAM. Alberro Semerena A./ Bulajich Manfrino R./ Rubio Barrios C. J. (2010). Problemas avanzados de olimpiada. Cuadernos de Olimpiadas de Matemáticas. Instituto de Matemáticas de la UNAM.
Russel, Bertrand	Biografías de matemáticos. Instituto de Matemáticas UNAM. Carlos Prieto de Castro. Recuperado en enero de 2021 de https://paginas.matem.unam.mx/cprieto/biografias-de-matematicos-p-t/230-russel-bertrand López Mateos, M. (1978). Los Conjuntos. México D.F.: Publicaciones del Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias, UNAM. Recuperado en enero de 2021 de https://es.wikipedia.org/wiki/Bertrand_Russell Figura 3. Autor desconocido. (1957). Bertrand Russel [Fotografía]. Recuperada en enero de 2021 de http://www.flickr.com/photos/112345594@N02/26979354839
Georges Ifrah	Ifrah, G. (1997). <i>Historia universal de las cifras</i>. Espasa, 1997. Quinta edición, 2002. Ibáñez, R. (2018). El origen de la escritura de los números. Cuaderno de Cultura Científica (Matemoción). Recuperado en enero del 2021 de https://culturacientifica.com/2018/10/31/el-origen-de-la-escritura-de-los-numeros/
Roger Penrose - Explorando el espacio entre los espacios	Figura 4. Autor desconocido. Figura. Recuperado en enero del 2021 de https://www.laslaminas.es/roger-penrose/ Amos, J. (2020). Sir Roger Penrose: el hombre que demostró que los agujeros negros no eran 'imposibles'. En BBC News (Ciencias). Recuperado en diciembre del 2020 de https://www.bbc.com/news/science-environment-54439150 Ángel Sabadell M. (2000). Roger Penrose: "La física podría ayudarnos a entender la conciencia". En Muy interesante (Ciencias), 225. Recuperado en diciembre del 2020 de https://www.muyinteresante.es/ciencia/articulo/roger-penrose
La Tortuga de GeoGebra	Esperanza G. (2012). El Uso de GeoGebra en la Matemática Educativa. Recuperado Nov 2020 http://www.innovacioneducativa.unam.mx:8080/jspui/handle/123456789/5338 Hurley (1985). Física con Logo. Madrid: Ed. Anaya. Seidón M (1987). Crear con Logo. Argentina: Ed. Colihue.
Acertijo	Collins M.S. (2015). 75 fantásticos Acertijos de lógica: Pon a Prueba Tu Cerebro. Edit. CREATESPACE. ISBN-13: 9781508999874.

Colaboradores

Felipe Cruz Reséndiz

Sergio Lázaro González

Florencio Vera Butanda

Juan Carlos Ramírez Maciel

Liber Adolfo Mass Zuñiga

Blanca Cecilia Cruz Salcedo

Daniel Cruz Vázquez

Elia Edith Zamora Paniagua

Comité Editorial

Juan Carlos Ramírez Maciel

Blanca Cecilia Cruz Salcedo

Susana Covarrubias Ariza

Paola Tamayo López

Josué David Sánchez

Diseño Editorial
Reyna I. Valencia López





$$x \Rightarrow x = 7$$




$$\frac{\sin(-x)}{b^2 + c^2}$$

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = 3$$

$$\frac{h^2}{a^3}$$

$$G(x) + R$$

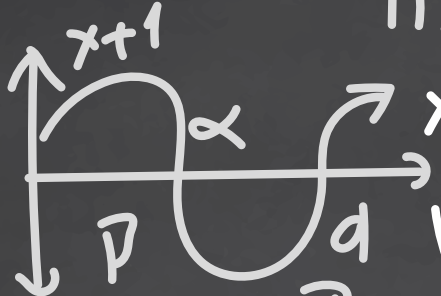
$$\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{n-1}}$$

$$\pi = 3$$

$$\pi r^2 = 3 \cdot R$$

$$\frac{h^2}{a^3}$$

$$\frac{\sqrt{y}}{149}$$

$$\frac{4}{2}$$


$$V(x) = \sqrt{9}$$

$$\frac{c+d=x}{x+y=?} \cdot a$$

$$\frac{\pi}{\sqrt{14}}$$

$$\frac{\sum(14)}{2}$$

$$\frac{x^2}{y+1}$$

$$\frac{P(x)}{Q(x)}$$

$$\frac{a^3}{b}$$


$$\frac{\text{arc}(z)}{z^2 + 142}$$

$$c+d=x$$

$$\frac{114 \times 16 + 29}{2}$$

$$x \Rightarrow x = 7$$

$$\frac{\sin(-x)}{x}$$

$$\frac{14}{29}$$



$$\frac{a^2 + b^2}{r^2}$$

$$\frac{\sqrt{y}}{149} = \frac{a^2 + b^2}{c^2}$$

$$\frac{14}{29}$$

$$\frac{\pi = 3, 14}{261}$$

$$x + 4 = 2$$

$$\frac{\sqrt{n-1}}{3}$$

$$\frac{6+1}{7} = \frac{n-1}{7}$$

$$\sum_{14} \sqrt{149}$$

$$\sum (\sqrt{14} + (a^2 + c^2)xy)$$

